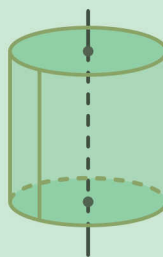
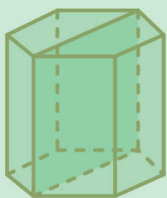
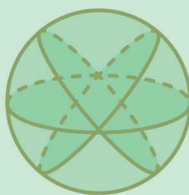


ԵՐԿՐԱԳԱՓՈՒԹՅՈՒՆ

ՀԵՆՐԻՅԻՆ ԾՐԱԳԻՐ

ԳԱԳԻԿ ԱՌԵԿԱՆ

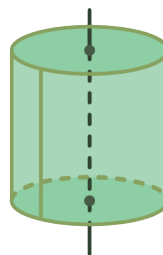
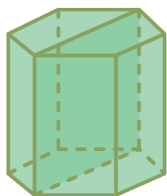
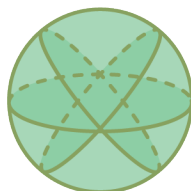


ԵՐԿՐԱԳԱՓՈՒԹՅՈՒՆ

ՀԵՆՔԱՅԻՆ ՇՐԱՋԻՐ

ԳԶԱԳԻԿ ԱՌԵՆԿՄԱՆ

11



Երևան - 2025

ՀՏԴ 373:514(075.3)

ԳՄԴ 22.151g72

Ա 481

*Երաշխավորված է ՀՀ կրթության, գիտության,
մշակույթի և սպորտի նախարարության կողմից*

Տպագրվել է ՀՀ ԿԳՄՍ նախարարության պատվերով

Աղեկյան Գագիկ

Ա 481 Երկրաչափություն 11 (11-րդ դասարանի դասագիրք) / Գ. Աղեկյան.- Եր.: Էդիթ
Պրինտ, 2025.- 84 էջ:

ՀՏԴ 373:514(075.3)

ԳՄԴ 22.151g72

ISBN 978-9939-40-056-3

© Էդիթ Պրինտ, 2025

© Գ. Աղեկյան, 2025

© ՀՀ ԿԳՄՍՆ, 2025

Սիրելի տասնմեկերորդ դասարանցի

Եթե կարդում եք այս տողերը, ապա Դուք երկրաչափությունն ուսումնասիրում եք ավագ դպրոցի «Հենքային» ծրագրով:

Ավագ դպրոցի «Խորացված» և «Հենքային» ծրագրերը խիստ տարբեր են, մասնավորապես առաջին ծրագրի համար տարեկան նախատեսված է **102** ժամ, իսկ երկրորդ ծրագրի համար՝ տարեկան **34** ժամ:

«Հենքային» ծրագրով նախատեսված 34 ժամից 12 ժամը հարթաչափությունը կրկնելու համար է: Դա լավ հնարավորություն է հարթաչափական գիտելիքների բացերը լրացնելու, ինչպես նաև տարածաչափության համապատասխան թեմայի ուսումնասիրման համար լավ հիմքեր ստեղծելու համար:

Բացի դրանից՝ առաջադրված խնդիրներն ավելի հեշտ են, թերեմների ապացույցները չեն ներկայացված ու Ձեզնից դրանք չեն պահանջվում: Ձեզնից պահանջվում է իմանալ դրանց ձևակերպումները, հասկանալ դրանց իմաստն ու կիրառել բավականին պարզ իրավիճակներում:

Դասագրքի համարյա բոլոր խնդիրներն ունեն պատասխաններ, մեծ մասը ունի ցուցում: Խնդիրները լուծելիս դժվարություններ ունենալու դեպքում կարդացեք այդ ցուցումները և փորձեք կատարել դրանցում առաջարկվող քայլերը, օգտվել առաջարկվող բանաձևերից:

Ցանկության դեպքում Դուք հնարավորություն ունեք յուրացնելու այս ծրագիրը, լուծելու առաջադրված խնդիրների մեծ մասը: Այս ծրագրի յուրացումը ձեզ կօգնի նաև առօրյա կյանքում ու կենցաղում, կզարգացնի ձեր տրամաբանությունը, քանի որ երկրաչափությունն ուղեղը մարզելու և միտքը ձկուն դարձնելու լավ միջոց է:

Լավատես ու ակտիվ եղեք ու արագ կհամոզվեք դրա արդյունավետության մեջ:

Հաջողություն



ԲԱԶՄԱՆԿՅԱՆ ՄԱԿԵՐԵՍԸ, ԲԱԶՄԱՆԻՍՏԻ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹԻ ՄԱԿԵՐԵՍԸ



Ուսումնասիրելով այս գլուխը՝

- Կվերհիշեք բազմանկյան մակերեսի հատկությունները, քառակուսու, ուղղանկյան, զուգահեռագծի, սեղանի մակերեսների բանաձևերը: Կամրապնդեք խնդիրներ լուծելիս դրանք կիրառելու հմտությունները:
- Կվերհիշեք եռանկյան մակերեսի բանաձևերից մի քանիսը: Կամրապնդեք խնդիրներ լուծելիս դրանք կիրառելու հմտությունները:
- Կսովորեք պրիզմայի և դրա տարրերի ու տեսակների սահմանումները: Կլուծեք դրանց հետ կապված խնդիրներ:
- Կհիմանաք՝ ինչն է կոչվում պրիզմայի կողմնային մակերևույթի մակերես և ինչը՝ լրիվ մակերևույթի մակերես: Կսովորեք ուղիղ պրիզմայի, մասնավորապես կանոնավոր պրիզմայի, ուղղանկյունաձևի կողմնային և լրիվ մակերևույթների մակերեսների բանաձևերը: Կկիրառեք այդ բանաձևերը խնդիրներ լուծելիս:
- Կհիմանաք՝ ինչն է կոչվում բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերես և ինչը՝ լրիվ մակերևույթի մակերես: Կսովորեք կանոնավոր բուրգի կողմնային և լրիվ մակերևույթների մակերեսների բանաձևերը: Կկիրառեք այդ բանաձևերը խնդիրներ լուծելիս:

§1. Բազմանկյան մակերեսը

□ 1. Բազմանկյան մակերեսը

Հիշենք, որ որպես մակերեսի միավոր ընտրում են այն քառակուսին, որի կողմը հավասար է երկարության չափման միավորին:

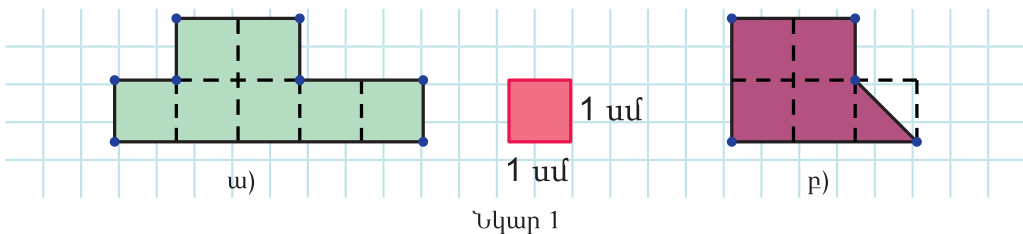
Օրինակ՝ եթե երկարության չափման միավոր ընտրված է մետրը, ապա մակերեսի չափման միավոր ընդունում են 1 մ կողմով քառակուսին: Այդպիսի միավորը կոչվում է **քառակուսի մետր (մ^2)**: Համանման ձևով սահմանվում են դմ²-ն և սմ²-ն:

Վերհիշենք նաև մակերեսի հիմնական հատկությունները.

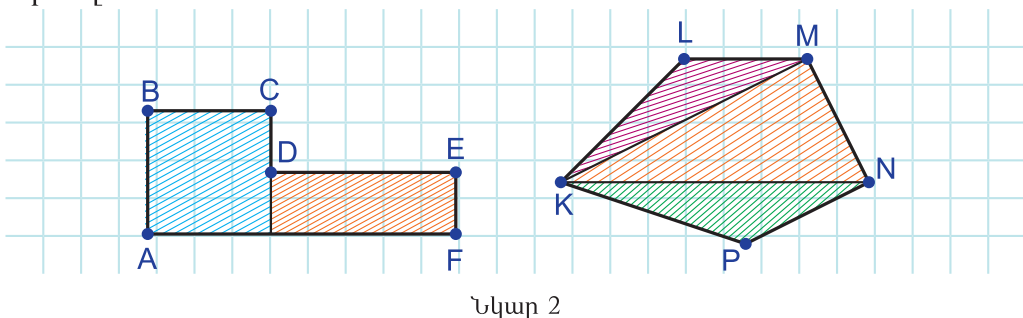
1. Հավասար բազմանկյուններն ունեն հավասար մակերես:

2. Եթե բազմանկյունը տրոհված է մի քանի բազմանկյունների, ապա դրա մակերեսը հավասար է այդ բազմանկյունների մակերեսների գումարին:

Վերևում ասվածներից հետևում է, որ, օրինակ, նկար 1 ա)–ի բազմանկյան մակերեսը 7 սմ² է, իսկ նկար 1 բ)–ի բազմանկյան մակերեսը՝ 4,5 սմ²:



Հետևում է նաև, որ նկար 2–ի բազմանկյունների մակերեսները հավասար են այն բազմանկյունների մակերեսների գումարին, որոնց դրանք տրոհված են:



Հավասար մակերես ունեցող բազմանկյունները կոչվում են **հավասարամեծ**:

Հիշենք նաև, որ.

$$1 \text{ մ}^2 = 100 \text{ դմ}^2, 1 \text{ մ}^2 = 10000 \text{ սմ}^2, 1 \text{ մ}^2 = 1000000 \text{ մմ}^2,$$

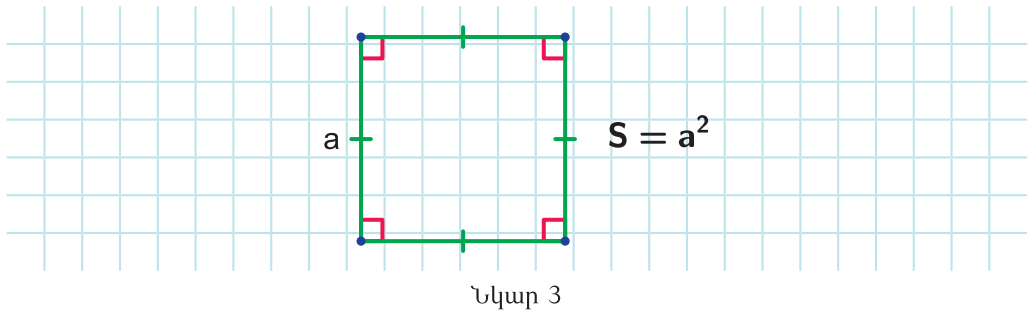
$$1 \text{ դմ}^2 = 100 \text{ սմ}^2, 1 \text{ դմ}^2 = 10000 \text{ մմ}^2,$$

$$1 \text{ սմ}^2 = 100 \text{ մմ}^2, 1 \text{ ար} = 100 \text{ մ}^2, 1 \text{ հա} = 100 \text{ ար} = 10000 \text{ մ}^2:$$

□ 2. Քառանկյունների մակերեսները

Ինչպես հիշում եք.

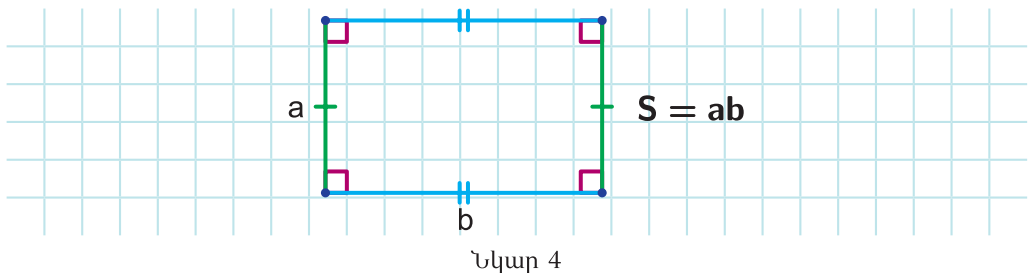
Թեորեմ: Քառակուսու մակերեսը հավասար է կողմի քառակուսուն (նկ. 3):



Ուրեմն, եթե հայտնի է քառակուսու կողմը, ապա կարելի է գտնել դրա մակերեսը, և հակառակը՝ եթե հայտնի է քառակուսու մակերեսը, կարելի է գտնել դրա կողմը:

Հաջորդ քառանկյունը, որի մակերեսի բանաձևը կվերհիշենք, ուղղանկյունն է:

Թեորեմ: Ուղղանկյան մակերեսը հավասար է կից կողմերի արտադրյալին (նկ. 4):



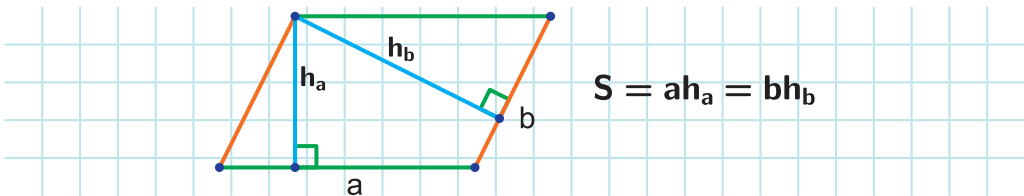
Քառակուսու և ուղղանկյան մակերեսների բանաձևերից դուք կօգտ-

վեք ոչ միայն խնդիրներ լուծելիս: Հնարավոր է նաև, որ դրանցից կօգտվեք տարբեր գործնական իրավիճակներում հաշվարկներ անելիս: Օրինակ՝ տան պատերի կամ հատակի մակերեսները հաշվելիս, որոնք սովորաբար ուղղանկյունաձև են կամ ունեն քառակուսու տեսք:

Նկատի ունեցեք, որ այդ բանաձևերը կարող են կիրառվել նաև ոչ ուղղանկյուն և ոչ էլ քառակուսի պատկերի մակերեսը հաշվելու համար: Դրա համար պատկերը պետք է տրոհել ուղղանկյունների կամ լրացնել մինչև ուղղանկյուն կամ քառակուսի:

Վերհիշենք քառանկյուններից և երկուսի մակերեսների բանաձևերը:

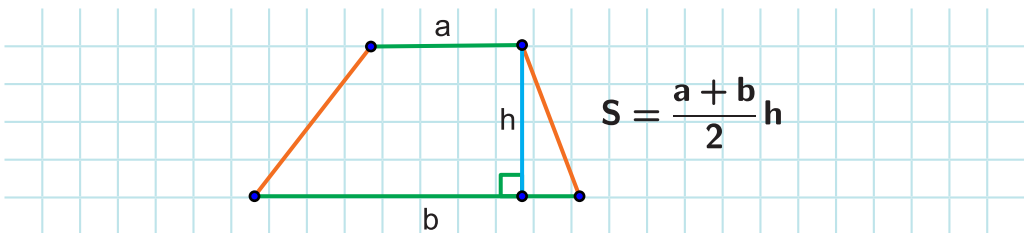
Թեորեմ: Զուգահեռագծի մակերեսը հավասար է դրա հիմքի և բարձրության արտադրյալին (նկ. 5):



Նկար 5

Ուրեմն, եթե հայտնի է զուգահեռագծի կողմերից որևէ մեկը ու դրան տարված բարձրությունը, ապա կարելի է գտնել զուգահեռագծի մակերեսը:

Թեորեմ: Սեղանի մակերեսը հավասար է դրա հիմքերի կիսագումարի և բարձրության արտադրյալին (նկ. 6):



Նկար 6

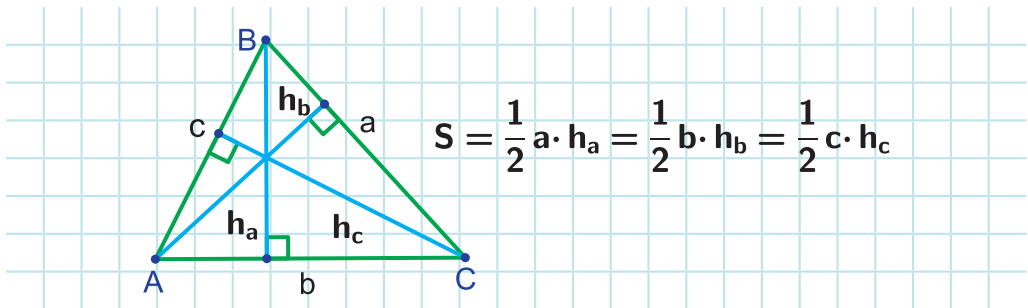
Ինչպես տեսնում եք, սեղանի մակերեսը գտնելու համար պետք է իմանալ դրա հիմքերի ու բարձրության երկարությունները կամ հիմքերի երկարությունների կիսագումարն ու բարձրությունը: Բայց սեղանի միջին գիծը հավասար է հենց հիմքերի կիսագումարին: Ուրեմն սեղանի

մակերեսը կարող էք գտնել նաև, եթե գիտեք դրա միջին գծի ու բարձրության երկարությունները:

□ 3. Եռանկյան մակերեսը

Վերհիշենք եռանկյան մակերեսի՝ հիմնական դպրոցից Ձեզ հայտնի բանաձևերից մի քանիսը.

Թեորեմ: Եռանկյան մակերեսը հավասար է դրա հիմքի և բարձրության արտադրյալի կեսին (նկ. 7):

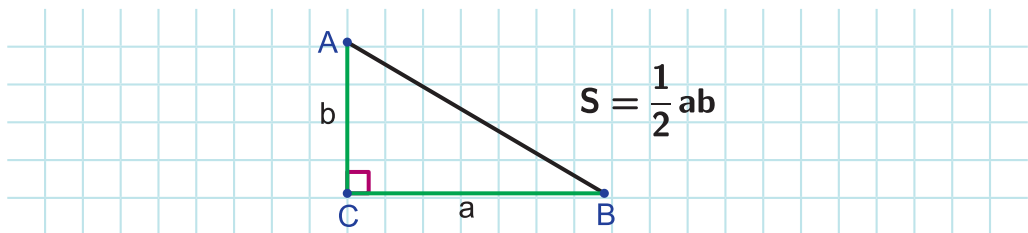


Նկար 7

Հետևաբար, եթե գիտենք կամ կարող ենք գտնել եռանկյան որևէ կողմն ու դրան տարված բարձրությունը, ապա կարող ենք հաշվել այդ եռանկյան մակերեսը:

Վերևի բանաձևից հետևում է, որ.

Հետևանք: Ուղղանկյուն եռանկյան մակերեսը հավասար է դրա էջերի արտադրյալի կեսին (նկ. 8):

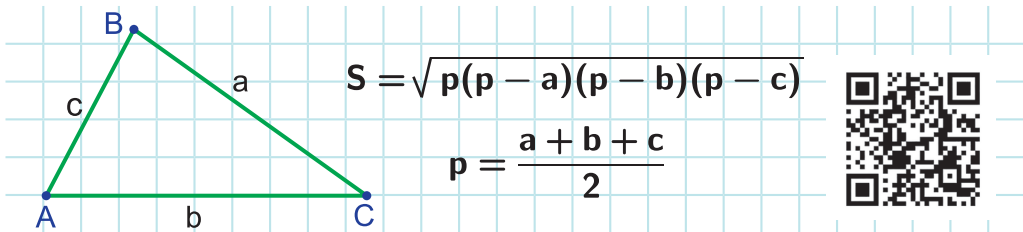


Նկար 8

Հաջորդ թեորեմը հնարավորություն է տալիս հաշվելու եռանկյան մակերեսը՝ իմանալով միայն դրա կողմերի երկարությունները:

Թեորեմ: (Հերոնի բանաձև) եռանկյան մակերեսը՝

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ որտեղ } p = \frac{a+b+c}{2} \text{ (նկ. 9):}$$



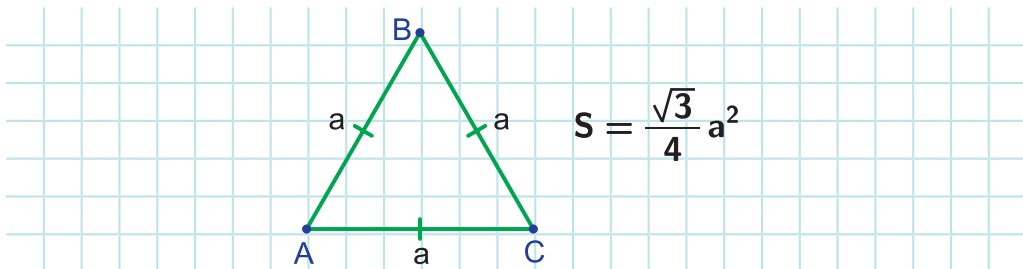
Նկար 9

Եթե կարող եք գտնել եռանկյան մակերեսը, ապա կարող եք գտնել նաև ավելի մեծ թվով կողմեր ունեցող բազմանկյան մակերեսը: Դրա համար պետք կլինի այն տրոհել մի քանի եռանկյան կամ լրացնել մի այնպիսի բազմանկյան (օրինակ՝ ուղղանկյան), որի մակերեսը կարող եք գտնել, և որը կազմված կլինի եռանկյուններից ու տրված բազմանկյունից: Այդպիսի մոտեցումը օգտակար կլինի ոչ միայն խնդիրներ լուծելիս, այլև գործնականում, օրինակ՝ բազմանկյան տեսք ունեցող հողակտորի մակերեսը գտնելու համար:

Հերոնի բանաձևից հետևում է, որ.

Հետևանք: a կողմով հավասարակողմ եռանկյան մակե-

րեսը՝ $S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ (նկ. 10):

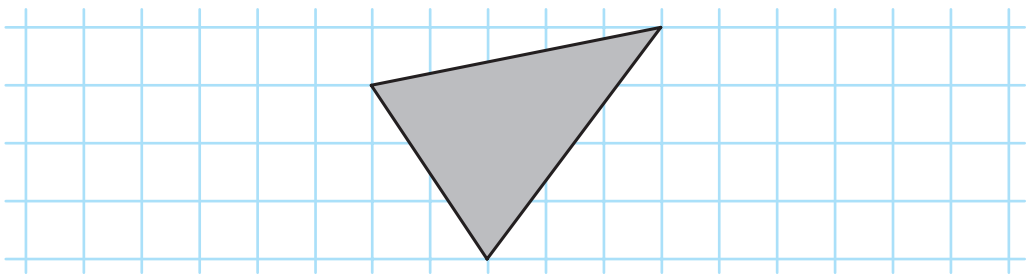


Նկար 10



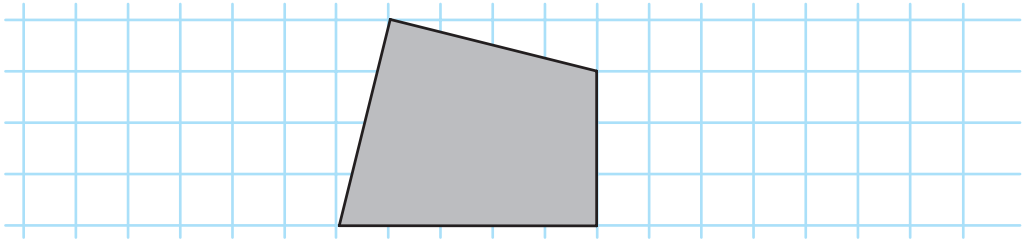
Հարցեր և խնդիրներ

1. Օ-ն ABC եռանկյան ներսի որևէ կետ է: Հայտնի է, որ $S_{AOB} = 7$ սմ², $S_{BOC} = 8$ սմ², $S_{AOC} = 12$ սմ²: Գտնե՛ք ABC եռանկյան մակերեսը:
2. M և N կետերը ABC եռանկյան համապատասխանաբար AB և BC կողմերի վրա են, ընդ որում՝ MBN եռանկյան մակերեսը երեք անգամ փոքր է ABC եռանկյան մակերեսից: Գտնե՛ք $AMNC$ քառանկյան մակերեսը, եթե $S_{ABC} = 72$ սմ²:
3. Գտնե՛ք ACD եռանկյան մակերեսը, եթե $ABCDE$ հնգանկյան մակերեսը 80 սմ² է, ընդ որում՝ $S_{ABC} : S_{ACD} : S_{ADE} = 1 : 3 : 1$:
4. Գտնե՛ք 12 սմ կողմով քառակուսու մակերեսը:
5. Քառակուսու մակերեսը 64 դմ² է: Գտնե՛ք քառակուսու կողմը:
6. Քառակուսու մակերեսը 100 սմ² է: Գտնե՛ք դրա պարագիծը:
7. Օ-ն $ABCD$ քառակուսու անկյունագծերի հատման կետն է: Գտնե՛ք քառակուսու մակերեսը, եթե $S_{BOC} = 15$ սմ²:
8. Ուղղանկյան կից կողմերը 15 սմ և 6 սմ են: Գտնե՛ք ուղղանկյան մակերեսը:
9. Ուղղանկյան կողմերից մեկը 8 սմ է, մյուսը 5 անգամ մեծ է դրանից: Գտնե՛ք ուղղանկյան մակերեսը:
10. Ուղղանկյան կողմերից մեկը 12 դմ է, իսկ մակերեսը՝ 96 դմ²: Գտնե՛ք ուղղանկյան պարագիծը:
11. Ուղղանկյան պարագիծը 26 սմ է, իսկ կողմերից մեկը՝ 8 սմ: Գտնե՛ք ուղղանկյան մակերեսը:
12. Գտնե՛ք նկար 11-ի հողատարածքի մակերեսը, եթե ցանցի վանդակի կողմը 100 մ է:



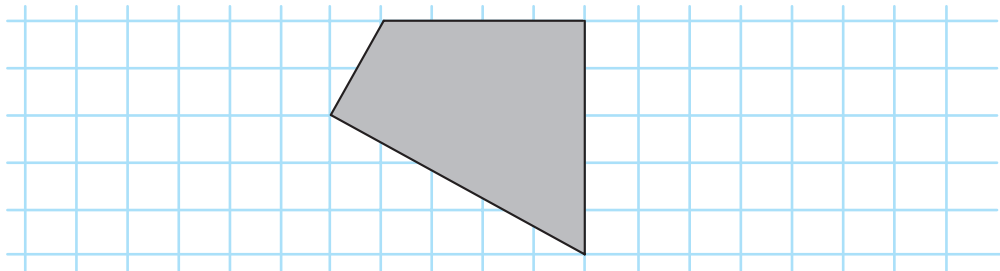
Նկար 11

13. Գտե՛ք նկար 12-ի հողատարածքի մակերեսը, եթե ցանցի վանդակի կողմը 100 մ է:



Նկար 12

14. Գտե՛ք նկար 13-ի հողատարածքի մակերեսը, եթե ցանցի վանդակի կողմը 200 մ է:

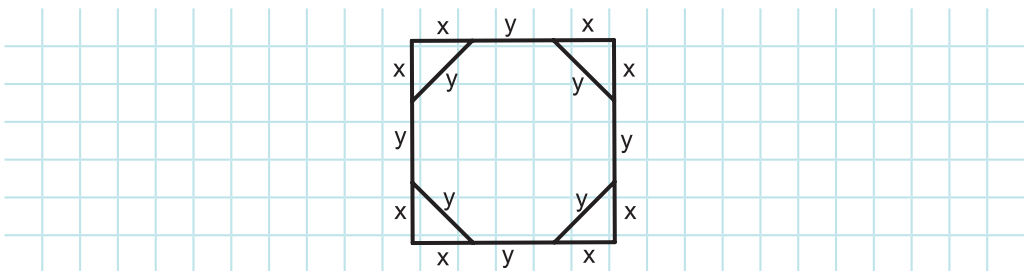


Նկար 13

15. Խոհանոցի պատը սալիկապատված է 15 սմ կողմով քառակուսաձև 120 սալիկով: Քանի՞ ուղղանկյունաձև նոր սալիկ է պետք նույն պատը սալիկապատելու համար, եթե նոր սալիկների կից կողմերը 10 սմ և 20 սմ են:
16. Զուգահեռագծի կողմերից մեկը 15 սմ է, դրան տարված բարձրությունը՝ 8 սմ: Գտե՛ք զուգահեռագծի մակերեսը:
17. Զուգահեռագծի մակերեսը 72 սմ^2 է, կողմերից մեկը՝ 9 սմ: Գտե՛ք այդ կողմին տարված բարձրությունը:
18. Զուգահեռագծի կից կողմերը 6 դմ և 10 դմ են: Փոքր կողմին տարված բարձրությունը 12 դմ է: Գտե՛ք մեծ կողմին տարված բարձրությունը:
19. Զուգահեռագծի կից կողմերը 8 սմ և 11 սմ են, իսկ սուր անկյունը 30° է: Գտե՛ք զուգահեռագծի մակերեսը:
20. Զուգահեռագծի կողմերից մեկը 7 սմ է, իսկ 18 սմ երկարությամբ անկյունագիծը դրա հետ կազմում է 30° -ի անկյուն: Գտե՛ք զուգահեռագծի մակերեսը:

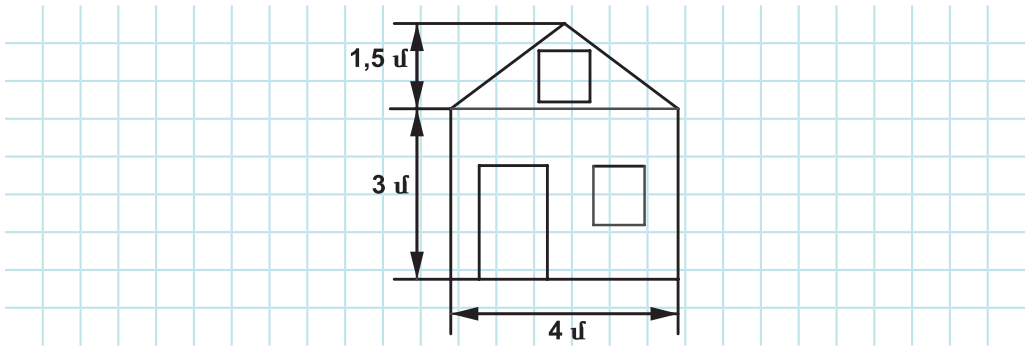
21. ABCD զուգահեռագծում $AB = 6$ սմ, $BC = 10$ սմ, $\angle A = 60^\circ$: Գտե՛ք զուգահեռագծի մակերեսը:
22. Շեղանկյան կողմը 15 դմ է, մակերեսը՝ 60 դմ²: Գտե՛ք շեղանկյան բարձրությունը:
23. Շեղանկյան կողմը 18 սմ է, անկյուններից մեկը՝ 30° : Գտե՛ք շեղանկյան մակերեսը:
24. Սեղանի հիմքերը 12 սմ և 6 սմ են, բարձրությունը՝ 7 սմ: Գտե՛ք սեղանի մակերեսը:
25. Սեղանի հիմքերի գումարը 21 դմ է, բարձրությունը՝ 8 դմ: Գտե՛ք սեղանի մակերեսը:
26. Սեղանի հիմքերը 15 սմ և 5 սմ են, մակերեսը՝ 60 սմ²: Գտե՛ք սեղանի բարձրությունը:
27. Սեղանի բարձրությունը հավասար է փոքր հիմքին և երեք անգամ փոքր է մեծ հիմքից: Գտե՛ք սեղանի մեծ հիմքը, եթե մակերեսը 72 սմ² է:
28. Գտե՛ք հավասարասրուն սեղանի մակերեսը, եթե դրա հիմքերը 7 սմ և 11 սմ են, իսկ սրունքի և մեծ հիմքի կազմած անկյան տանգենսը 3 է:
29. Եռանկյան կողմերից մեկը 11 սմ է, դրան տարված բարձրությունը՝ 8 սմ: Գտե՛ք եռանկյան մակերեսը:
30. Եռանկյան մակերեսը 108 սմ² է, կողմերից մեկը՝ 27 սմ: Գտե՛ք այդ կողմին տարված բարձրությունը:
31. Ուղղանկյուն եռանկյան էջերը 9 մ և 12 մ են: Գտե՛ք եռանկյան մակերեսը:
32. Ուղղանկյուն եռանկյան էջերից մեկը երկու անգամ մեծ է մյուսից, մակերեսը 81 սմ² է: Գտե՛ք այդ եռանկյան էջերը:
33. Եռանկյան կողմերից մեկը 10 մ է, մյուսը՝ 8 մ: Առաջին կողմին տարված բարձրությունը 4 մ է: Գտե՛ք երկրորդ կողմին տարված բարձրությունը:
34. Ուղղանկյուն եռանկյան էջերից մեկը 12 սմ է, իսկ ներքնաձիգը՝ 15 սմ: Գտե՛ք եռանկյան մակերեսը:
35. Ուղղանկյուն եռանկյան մակերեսը 24 դմ² է, իսկ էջերից մեկը՝ 8 դմ: Գտե՛ք եռանկյան ներքնաձիգը:
36. Գտե՛ք 16 սմ հիմքով և 10 սմ սրունքով եռանկյան մակերեսը:

37. Հավասարասրուն եռանկյան մակերեսը 60 դմ^2 է, իսկ հիմքը՝ 10 դմ : Գտնք եռանկյան սրունքը:
38. Գտնք 5 սմ , 7 սմ , 10 սմ կողմերով եռանկյան մակերեսը:
39. Գտնք 13 սմ , 9 սմ , 8 սմ կողմերով եռանկյան մակերեսը:
40. Եռանկյան կողմերը հարաբերում են, ինչպես $21:10:17$, մակերեսը 84 սմ^2 է: Գտնք եռանկյան փոքր կողմը:
41. Հավասարակողմ եռանկյան կողմը 7 սմ է: Գտնք դրա մակերեսը:
42. Հավասարակողմ եռանկյան մակերեսը $9\sqrt{3} \text{ սմ}^2$ է: Գտնք դրա կողմը:
43. Հավասարակողմ եռանկյան մակերեսը $25\sqrt{3} \text{ դմ}^2$ է: Գտնք դրա պարագիծը:
44. Հավասարակողմ եռանկյան մակերեսը $16\sqrt{3} \text{ սմ}^2$ է: Գտնք դրա բարձրությունը:
45. Համեմատնք 7 սմ կողմով հավասարակողմ եռանկյան և 8 սմ , 8 սմ , 15 սմ կողմերով եռանկյան մակերեսները:
46. Եռանկյունաձև թիթեղը կտրել են դրա երկու կողմերի միջնակետերը միացնող հատվածով: Ստացված քառանկյուն թիթեղի մակերեսը սկզբնական թիթեղի մակերեսի ո՞ր մասն է:
47. Քառակուսաձև թերթից կտրվել և հեռացվել է չորս հավասար եռանկյուն (նկ. 14): Հեռացված մասերի ընդհանուր մակերեսը 196 սմ^2 է: Գտնք մնացած մասի պարագիծը:



Նկար 14

48. Նկար 15-ի տան պատը պետք է երեսապատել 30 սմ և 50 սմ կից կողմեր ունեցող ուղղանկյունաձև սալիկներով: Դուռն ունի 2 մ և $1,2 \text{ մ}$ կից կողմերով ուղղանկյան տեսք: Լուսամուտներից մեկն ունի $0,9 \text{ մ}$ կողմով քառակուսու, իսկ մյուսը՝ $0,9 \text{ մ}$ և $1,1 \text{ մ}$ կողմերով ուղղանկյան տեսք: Կորուստների պատճառով անհրաժեշտ սալիկների մակերեսը 10% -ով ավելի պետք է լինի երեսապատման մեկերեսից: Երեսապատման քանի՞ սալիկ պետք է գնել:



Նկար 15



Խմբային աշխատանք

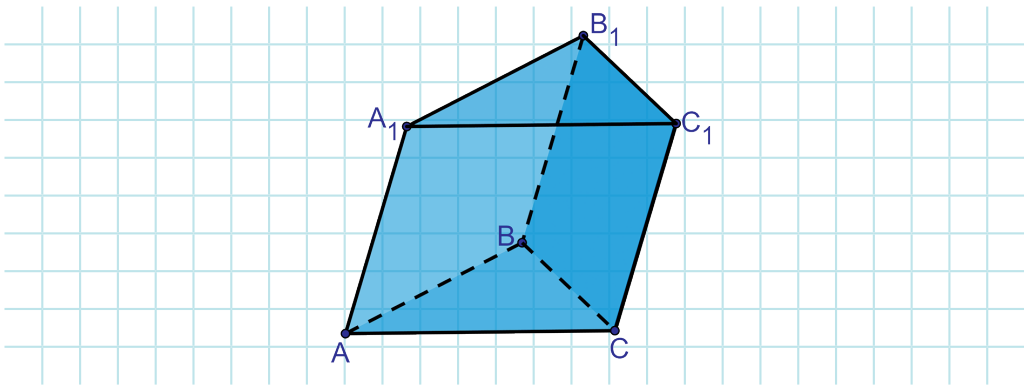
Դասարանի աշակերտներին բաժանեք երկու խմբի: Խմբով թող քննարկեն հետևյալ հարցերը և ներկայացնեն իրենց եզրակացություններն ու հիմնավորումները.

Գործնական իրավիճակներում եռանկյան մակերեսը գտնելու համար մակերեսի ո՞ր բանաձևից է ավելի հարմար օգտվել, եթե ա) եռանկյունը ուղղանկյուն եռանկյուն է, բ) հավասարակողմ եռանկյուն է, գ) տարակողմ եռանկյուն է:

§2. Պրիզմա

□ 4. Պրիզմա

Սահմանում: Բազմանիստը, որն առաջանում է երկու զուգահեռ հարթություններում այնպես դասավորված ուռուցիկ և իրար հավասար բազմանկյունների համապատասխան գագաթների միացումից, երբ միացնող հատվածները զուգահեռ են իրար, կոչվում է պրիզմա (16):



Նկար 16

Նկար 16-ում ABC և $A_1B_1C_1$ հավասար եռանկյունները զուգահեռ հարթություններում են, AA_1 , BB_1 , CC_1 հատվածները զուգահեռ են:

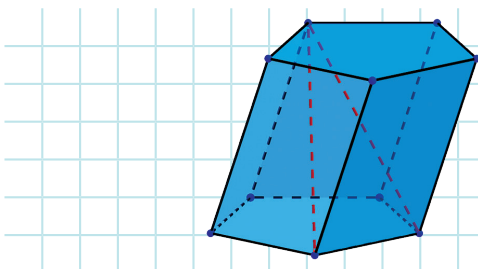
Ջուգահեռ հարթություններում ընկած ուռուցիկ և իրար հավասար բազմանկյունները (նկար 16-ում ABC և $A_1B_1C_1$ հավասար եռանկյունները) կոչվում են **պրիզմայի հիմքեր**:

Պրիզմայի հիմքերի համապատասխան գագաթների միացումից առաջացած զուգահեռագծերը (նկար 16-ում AA_1B_1B , BB_1C_1C , AA_1C_1C) կոչվում են **կողմնային նիստեր**:

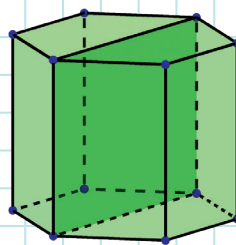
n -անկյուն հիմքով պրիզման կոչվում է **n -անկյուն պրիզմա**: Նկար 16-ի պրիզման եռանկյուն պրիզմա է: Քառանկյուն պրիզմաներ են Ձեզ ծանոթ զուգահեռանիստը, խորանարդը:

Պրիզման նշանակում են հիմքերի գագաթների անուններով. նկար 16-ի պրիզման կնշանակվի $ABCA_1B_1C_1$ -ով:

Պրիզմայի նույն նիստին չպատկանող երկու գագաթները միացնող հատվածը կոչվում է **պրիզմայի անկյունագիծ** (նկ. 17): **Պրիզմայի անկյունագծային հատույթ** կոչվում է դրա նույն նիստին չպատկանող երկու կողմնային կողերով անցնող հարթությամբ հատույթը (նկ. 18):

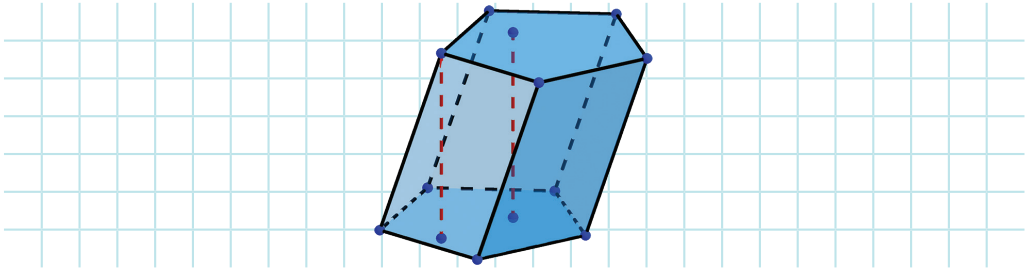


Նկար 17



Նկար 18

Մահմանում: Ուղղահայացը, որը տարված է պրիզմայի հիմքերից մեկի որևէ կետից մյուս հիմքի հարթությանը, կոչվում է պրիզմայի բարձրություն (նկ. 19):

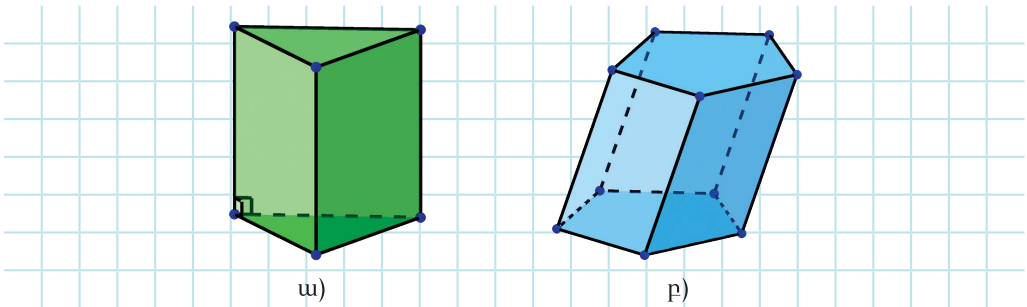


Նկար 19

Պրիզմայի բարձրությունը կնշանակենք H -ով:

Մահմանում: Պրիզման, որի կողմնային կողերը ուղղահայաց են հիմքերին, կոչվում է ուղիղ պրիզմա: Հակառակ դեպքում այն կոչվում է թեք պրիզմա (նկ. 20):

Նկար 20 ա)-ի եռանկյուն պրիզման ուղիղ պրիզմա է, իսկ բ)-ի հնգանկյուն պրիզման թեք պրիզմա է:

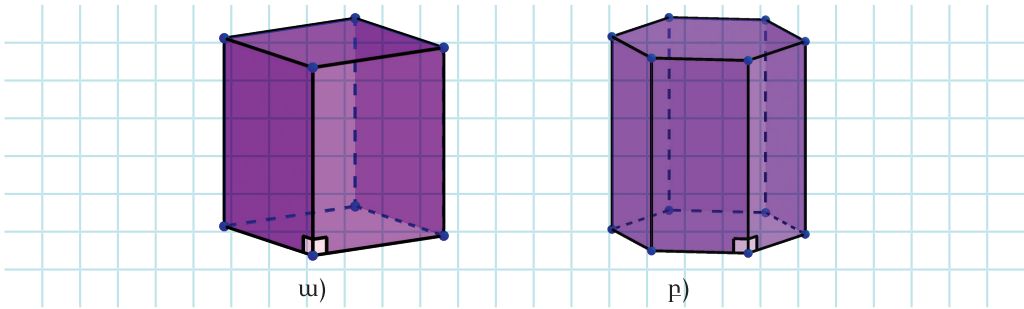


Նկար 20

Պարզ է, որ ուղիղ պրիզմայի բարձրությունը հավասար է դրա կողմնային կողին:

Մահմանում: Ուղիղ պրիզման, որի հիմքերը կանոնավոր բազմանկյուններ են, կոչվում է կանոնավոր պրիզմա (նկ. 21):

Նկար 21-ի պրիզմաները կանոնավոր պրիզմաներ են: Դրանք երկուսն էլ ուղիղ պրիզմա են, ա)-ի հիմքը քառակուսի է, բ)-ի հիմքը՝ կանոնավոր վեցանկյուն:



Նկար 21

Ինտերակտիվ մոդելների մասին

Ինտերակտիվ մոդելները բացվում են դրանց QR կոդերը սմարթֆոնի QR սկաներով սկան անելով: Որևէ կողմ սկան անելուց հետո մեկ անգամ սեղմեք էկրանին բացված շրջանակի մեջ: Մոդելը բացվելուց հետո շրջեք հեռախոսը, մոդելի աջ ներքևի անկյունի կոճակը սեղմելով՝ մոդելը տարածեք ամբողջ էկրանով:

Ինտերակտիվ մոդելներում կարմիր կետերը շարժական են. շարժելով դրանք՝ կունենաք նոր իրավիճակ, մասնավորապես, այլ չափերով մոդել: Մոդելներից շատերում տեղադրված են ֆունկցիոնալ կոճակներ: Կոճակի գրությունը հասկանալի է դարձնում, թե ինչ է տեղի ունենալու այդ կոճակը սեղմելիս:

Մոդելները տարբեր կողմերից դիտելու համար պետք է երկու մատ հպել էկրանին, հաված պահել ու մատների դիրքը իրար նկատմամբ փոխել: Այդ ձևով կարող եք պտտել և/կամ թեքել մոդելը:

Բոլոր մոդելների վերևի աջ անկյունում կա սկզբնական վիճակին վերադառնալու կոճակ:



Ինտերակտիվ մոդել

Ուղիղ պրիզմա



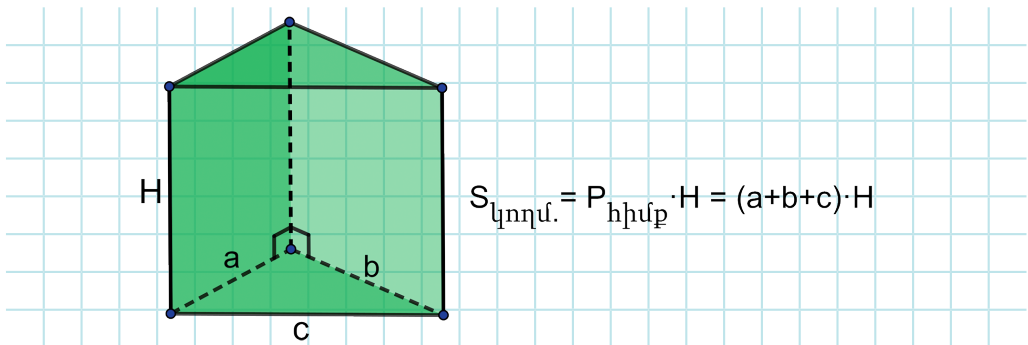
Ինտերակտիվ մոդել

Կանոնավոր պրիզմա

□ 5. Պրիզմայի մակերևույթի մակերեսը

Սահմանում: Պրիզմայի կողմնային մակերևույթի մակերես կոչվում է դրա կողմնային նիստերի մակերեսների գումարը:

Թեորեմ: Ուղիղ պրիզմայի կողմնային մակերևույթի մակերեսը հավասար է դրա հիմքի պարագծի և պրիզմայի բարձրության արտադրյալին՝ $S_{\text{կողմ.}} = P_{\text{հիմք}} \cdot H$:

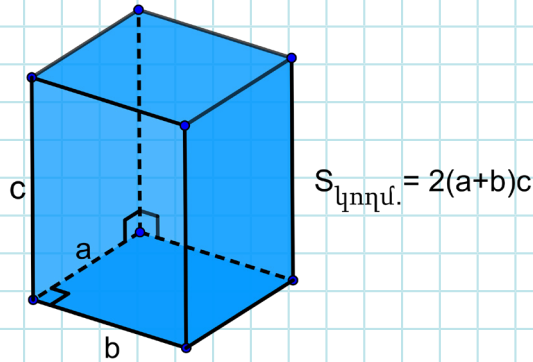


Նկար 22

Քանի որ կանոնավոր պրիզման ուղիղ պրիզմա է, ապա դրա կողմնային մակերևույթի մակերեսը նույնպես հավասար է հիմքի պարագծի և պրիզմայի բարձրության արտադրյալին: Ուրեմն **հիմքի a կողմով n -անկյուն կանոնավոր պրիզմայի կողմնային մակերևույթի մակերեսը՝ $S_{\text{կողմ.}} = na \cdot H$:**

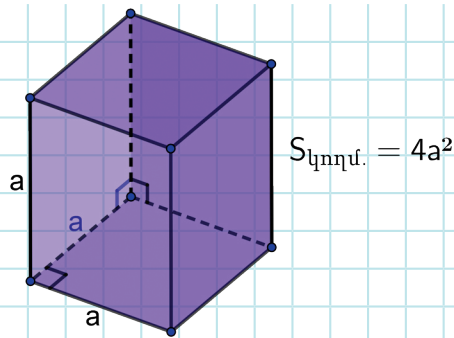
Ուղիղ պրիզմաներ են նաև ուղղանկյունանիստը և խորանարդը: Վերևի թեորեմից հետևում է, որ.

Հետևանք 1: Հիմքի a և b կից կողմերով ու c կողմնային կողով ուղղանկյունանիստի կողմնային մակերևույթի մակերեսը՝ $S_{\text{կողմ.}} = 2(a+b) c$ (նկ. 23):



Նկար 23

Հետևանք 2: a կողով խորանարդի կողմնային մակերևույթի մակերեսը՝ $S_{\text{կողմ.}} = 4a^2$ (նկ. 24):



Նկար 24

Պրիզմայի կողմնային մակերևույթի մակերեսից բացի՝ սահմանվում է պրիզմայի լրիվ մակերևույթի մակերես հասկացություն.

Սահմանում: Պրիզմայի լրիվ մակերևույթի մակերես կոչվում է դրա բոլոր նիստերի մակերեսների գումարը. $S_{\text{լրիվ}} = S_{\text{կողմ.}} + 2S_{\text{հիմք}}:$

Հիմքի a և b կից կողմերով ու c կողմնային կողով ուղղանկյունանիստի լրիվ մակերևույթի մակերեսը՝ $S_{\text{լրիվ}} = 2(a+b)c + 2ab:$

a կողով խորանարդի լրիվ մակերևույթի մակերեսը՝ $S_{\text{լրիվ}} = 6a^2:$



Հարցեր և խնդիրներ

49. Գտնք եռանկյուն պրիզմայի ա) գագաթների, բ) կողերի, գ) նիստերի քանակը:
50. Կարո՞ղ է թեք պրիզմայի բարձրությունը հավասար լինել դրա կողմնային կողին: Պատասխանը հիմնավորեք:
51. Կարո՞ղ են քառանկյուն թեք պրիզմայի կողմնային նիստերից երկուսը լինել ուղղանկյուններ: Պատասխանը հիմնավորեք:
52. Կարո՞ղ են թեք պրիզմայի երկու կից կողմնային նիստերը լինել ուղղանկյուններ: Պատասխանը հիմնավորեք:
53. Կարո՞ղ է ուղիղ պրիզմայի հիմքը լինել ա) ուղղանկյուն եռանկյուն, բ) հավասարակողմ եռանկյուն, գ) տարակողմ եռանկյուն:
54. Կարո՞ղ է ուղիղ պրիզմայի հիմքը լինել ա) շեղանկյուն, բ) զուգահեռագիծ, գ) սեղան:
55. Կարո՞ղ է կանոնավոր պրիզմայի հիմքը լինել ա) շեղանկյուն, բ) քառակուսի, գ) սեղան, դ) ուղղանկյուն եռանկյուն, ե) հավասարակողմ եռանկյուն:
56. Կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի կողմնային նիստը քառակուսի է: Ուրիշ ի՞նչ է կոչվում այդ բազմանիստը:
57. Կանոնավոր եռանկյուն պրիզմայի հիմքի կողմը a է: Գտնք պրիզմայի կողմնային կողը, եթե դրա կողմնային նիստը հավասարամեծ է հիմքին:
58. Կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի հիմքի կողմը 4 սմ է, իսկ կողմնային կողը՝ $4\sqrt{2}$ սմ: Գտնք պրիզմայի անկյունագիծը:
59. Կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի հիմքի կողմը $2\sqrt{2}$ դմ է, իսկ կողմնային կողը՝ 4 դմ: Գտնք պրիզմայի անկյունագծի և հիմքի հարթության կազմած անկյունը:
60. Կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի անկյունագիծը $6\sqrt{3}$ սմ է և հիմքի հարթության հետ կազմում է 60° անկյուն: Գտնք պրիզմայի բարձրությունը:
61. Կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի անկյունագիծը 10 սմ է, իսկ բարձրությունը՝ 6 սմ: Գտնք պրիզմայի հիմքի կողմը:
62. Կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի հիմքի կողմը $\sqrt{6}$ անգամ փոքր է պրիզմայի կողմնային կողից: Գտնք պրիզմայի անկյունագծի և

հիմքի հարթության կազմած անկյունը:

63. Կանոնավոր վեցանկյուն պրիզմայի անկյունագծերից մեկը 20 սմ է և հիմքի հարթության հետ կազմում է 30° անկյուն: Գտե՛ք պրիզմայի բարձրությունը:
64. Պրիզմայի հիմքը 10 դմ կողմով կանոնավոր վեցանկյուն է, կողմնային նիստերը քառակուսիներ են: Գտե՛ք պրիզմայի մեծ անկյունագծային հատույթի մակերեսը:
65. Ուղիղ պրիզմայի հիմքը շեղանկյուն է, իսկ բարձրությունը 6 սմ է: Գտե՛ք հիմքի կողմը, եթե պրիզմայի անկյունագծային հատույթների մակերեսները 36 սմ² և 48 սմ² են:
66. Ուղիղ պրիզմայի հիմքը 15 սմ սրունքով և 25 սմ և 7 սմ հիմքերով հավասարասրուն սեղան է: Պրիզմայի անկյունագիծը 29 սմ է: Գտե՛ք պրիզմայի կողմնային կողը:
67. Ուղիղ եռանկյուն պրիզմայի հիմքը 6 սմ, 7 սմ, 11 սմ կողմերով եռանկյուն է, իսկ բարձրությունը 5 սմ է: Գտե՛ք պրիզմայի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
68. Կանոնավոր եռանկյուն պրիզմայի բարձրությունը 12 դմ է և երկու անգամ մեծ է հիմքի կողմից: Գտե՛ք պրիզմայի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
69. Կանոնավոր հնգանկյուն պրիզմայի կողմնային մակերևույթի մակերեսը 150 սմ² է, իսկ բարձրությունը 6 սմ է: Գտե՛ք պրիզմայի հիմքի կողմը:
70. Գտե՛ք ուղղանկյունանիստի կողմնային մակերևույթի մակերեսը, եթե դրա հիմքի կողմերը 5 դմ և 11 դմ են, իսկ բարձրությունը՝ 8 դմ:
71. Գտե՛ք խորանարդի կողի երկարությունը, եթե դրա կողմնային մակերևույթի մակերեսը 324 սմ² է:
72. Փայտե կանոնավոր վեցանկյուն պրիզման մեծ անկյունագծային հատույթով բաժանել են երկու պրիզմայի: Առաջացած պրիզմաների կողմնային մակերևույթների գումարը քանի՞ անգամ է մեծ սկզբնական պրիզմայի կողմնային մակերևույթի մակերեսից:
73. Ուղիղ եռանկյուն պրիզմայի հիմքը 6 սմ, 8 սմ էջերով ուղղանկյուն եռանկյուն է, իսկ բարձրությունը 10 սմ է: Գտե՛ք պրիզմայի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:
74. Գտե՛ք ուղղանկյունանիստի բարձրությունը, եթե դրա հիմքի կողմերը 12 դմ և 10 դմ են, իսկ լրիվ մակերևույթի մակերեսը՝ 548 դմ²:
75. Փայտե ուղղանկյունանիստը, որի հիմքը 2a կողմով քառակուսի

է, իսկ բարձրությունը a է, կտրել բաժանել են a կողմով չորս խորանարդների: Քանի՞ գրամ ներկ է անհրաժեշտ խորանարդները ներկելու համար, եթե սկզբնական ուղղանկյունանիստը ներկելու համար անհրաժեշտ է 100 գրամ ներկ:

76. Ուղիղ պրիզմայի հիմքը 6 սմ և 12 սմ հիմքերով և 4 սմ բարձրությամբ հավասարասրուն սեղան է, իսկ կողմնային կողը 10 սմ է: Գտե՛ք պրիզմայի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:
77. Ուղղանկյունանիստի անկյունագծային հատույթը քառակուսի է, որի կողմը 25 սմ է, իսկ հիմքի մի կողմը 24 սմ է: Գտե՛ք ուղղանկյունանիստի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
78. Ուղղանկյունանիստի հիմքի կողմերը հարաբերում են, ինչպես 7:24, իսկ անկյունագծային հատույթի մակերեսը 50 դմ^2 է: Գտե՛ք կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
79. Գտե՛ք ուղղանկյունանիստի կողմնային մակերևույթի մակերեսը, եթե դրա անկյունագիծը հիմքի հարթության հետ կազմում է 45° անկյուն, իսկ հիմքի կողմերը 4 սմ և 3 սմ են:
80. Ուղղանկյունանիստի կողերը հարաբերում են, ինչպես 2:3:6, իսկ անկյունագիծը 7 սմ է: Գտե՛ք ուղղանկյունանիստի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:
81. Ուղղանկյունանիստի կողերի երկարությունները հարաբերում են, ինչպես 1:3:4, իսկ անկյունագիծը 13 սմ է: Գտե՛ք այդ ուղղանկյունանիստի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:
82. Գտե՛ք ուղղանկյունանիստի կողմնային մակերևույթի մակերեսը, եթե դրա անկյունագիծը հիմքի հարթության հետ կազմում է 30° անկյուն, իսկ հիմքի կողմերը 6 դմ և 8 դմ են:
83. Ուղիղ գուգահեռանիստի հիմքը շեղանկյուն է: Գտե՛ք դրա կողմնային մակերևույթի մակերեսը, եթե անկյունագծային հատույթների մակերեսները 6 սմ^2 և 8 սմ^2 են:
84. Ուղիղ պրիզմայի հիմքը եռանկյուն է, որի կողմերը 10 սմ, 17 սմ և 21 սմ են: Գտե՛ք պրիզմայի կողմնային մակերևույթի մակերեսը, եթե դրա կողմնային կողը հավասար է հիմքի եռանկյան փոքր բարձրությանը:
85. Գտե՛ք ուղիղ եռանկյուն պրիզմայի կողմնային կողը, որի կողմնային մակերևույթի մակերեսը 270 սմ^2 է, իսկ կողմնային նիստերի պարագծերը՝ 36 սմ, 50 սմ և 52 սմ:
86. Կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի անկյունագիծը 10,5 սմ է, իսկ

- կողմնային նիստի անկյունագիծը՝ $7,5$ սմ: Գտե՛ք պրիզմայի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
87. Կանոնավոր վեցանկյուն պրիզմայի ամենամեծ անկյունագծային հատույթի մակերեսը 6 դմ² է: Գտե՛ք պրիզմայի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
88. Ուղիղ գուգահեռանիստի հիմքը շեղանկյուն է, որի փոքր անկյունագծի երկարությունը 8 սմ է, իսկ սուր անկյունը՝ 60° : Գտե՛ք գուգահեռանիստի լրիվ մակերևույթի մակերեսը, եթե դրա բարձրությունը $2\sqrt{3}$ սմ է:
89. Ուղիղ գուգահեռանիստի հիմքի կողմերը 6 դմ և 8 դմ են և կազմում են 30° անկյուն: Կողմնային կողը 5 դմ է: Գտե՛ք այդ գուգահեռանիստի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:
90. Ուղիղ եռանկյուն պրիզմայի բոլոր կողերը հավասար են: Լրիվ մակերևույթի մակերեսը $12 + 2\sqrt{3}$ սմ է: Գտե՛ք պրիզմայի բարձրությունը:
91. Ուղիղ պրիզմայի հիմքը ուղղանկյուն եռանկյուն է, որի էջերը 9 սմ և 12 սմ են, իսկ մեծ կողմնային նիստի անկյունագիծը՝ 17 սմ: Գտե՛ք պրիզմայի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:
92. Կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի անկյունագիծը $3,5$ սմ է, իսկ կողմնային նիստի անկյունագիծը՝ $2,5$ սմ: Գտե՛ք պրիզմայի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:
93. Գտե՛ք կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի լրիվ մակերևույթի մակերեսը, եթե դրա անկյունագիծը 14 մ է, իսկ կողմնային նիստի անկյունագիծը՝ 10 մ:
94. Ուղիղ պրիզմայի հիմքը հավասարասրուն սեղան է, որի սրունքը 13 սմ է, իսկ հիմքերը՝ 11 սմ և 21 սմ: Գտե՛ք պրիզմայի լրիվ մակերևույթի մակերեսը, եթե անկյունագծային հատույթի մակերեսը 180 սմ² է:



Խմբային աշխատանք

Դասարանի աշակերտներին բաժանեք երկու խմբի: Խմբով թող քննարկեն հետևյալ հարցերը և ներկայացնեն իրենց եզրակացություններն ու հիմնավորումները.

Պատկերացրեք, որ ունեք փայտե վեցանկյուն պրիզմա և քանոն, որով կարող եք միայն հատվածի երկարություն չափել:

Առաջին խումբը պետք է պարզի՝ արդյոք այդ պրիզման ուղիղ պրիզմա է:

Համոզված լինելու համար, որ պրիզման ուղիղ պրիզմա է, ամենաքիչը քանի չափում է պետք անել և ինչ է պետք չափել: Պետք է պատասխանեն նաև հետևյալ հարցին.

Կփոխվե՞ր չափումների քանակը, եթե պրիզման լիներ քառանկյուն կամ ութանկյուն պրիզմա:

Երկրորդ խումբը պետք է պարզի՝ արդյոք պրիզմայի հիմքը կանոնավոր բազմանկյուն է:

Համոզված լինելու համար, որ հիմքը կանոնավոր բազմանկյուն է, ամենաքիչը քանի չափում պետք է անել և ինչ է պետք չափել: Պետք է պատասխանեն նաև հետևյալ հարցին.

Կփոխվե՞ր չափումների քանակը, եթե պրիզման լիներ քառանկյուն կամ ութանկյուն պրիզմա:

§3. Բուրգ

□ 6. Կանոնավոր բուրգ

Բուրգը, դրա տարրերն ու տեսակները ներկայացվել են 10-րդ դասարանում:

Դուք գիտեք, որ կանոնավոր բուրգի հիմքը կանոնավոր բազմանկյուն է, և այդ բազմանկյան կենտրոնը բուրգի գագաթին միացնող հատվածը բուրգի բարձրությունն է:

Վերհիշենք կանոնավոր բազմանկյանը վերաբերող՝ հարթաչափությունից հայտնի որոշ սահմանումներ ու թեորեմներ.

Սահմանում: Կանոնավոր բազմանկյուն է կոչվում այն ուռուցիկ բազմանկյունը, որի բոլոր անկյունները հավասար են և բոլոր կողմերն են հավասար:

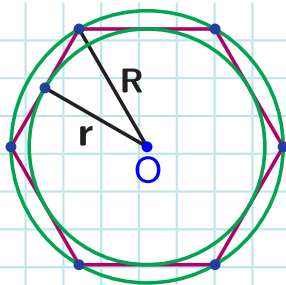
Հիշեցնենք, որ կանոնավոր եռանկյունը հավասարակողմ եռանկյունն է, իսկ կանոնավոր քառանկյունը՝ քառակուսին:

Թեորեմ: Ցանկացած կանոնավոր բազմանկյան կարելի է և՛ ներգծել, և՛ արտագծել շրջանագիծ: Այդ շրջանագծերի կենտրոնները համընկնում են:

Սահմանում: Կանոնավոր բազմանկյան կենտրոն է կոչվում դրան արտագծած կամ ներգծած շրջանագծի կենտրոնը:

Թեորեմ: Կանոնավոր բազմանկյանը ներգծած շրջանագիծը բազմանկյան կողմերը շոշափում է դրանց միջնակետերում:

Թեորեմ: Կանոնավոր n -անկյանն արտագծած և ներգծած շրջանագծերի շառավիղները կապված են հետևյալ բանաձևով. $r = R \cdot \cos \frac{180^\circ}{n}$ (նկ. 25):

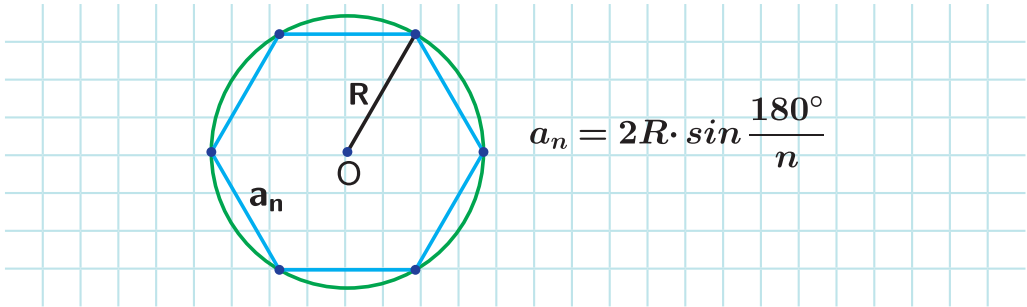


$$r = R \cdot \cos \frac{180^\circ}{n}$$

Նկար 25

Մասնավորապես. կանոնավոր եռանկյան՝ $r = \frac{R}{2}$, քառակուսու՝ $r = \frac{\sqrt{2}}{2} R$, կանոնավոր վեցանկյան՝ $r = \frac{\sqrt{3}}{2} R$:

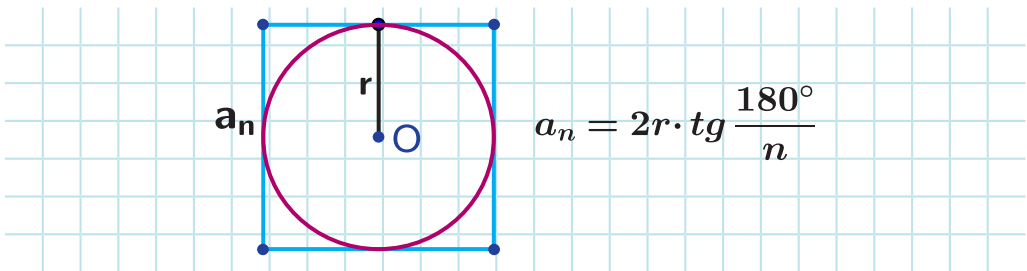
Թեորեմ: Կանոնավոր n -անկյան կողմը՝ $a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$, որտեղ R -ը դրան արտագծած շրջանագծի շառավիղն է (նկ. 26):



Նկար 26

Մասնավորապես. կանոնավոր եռանկյան՝ $a_3 = \sqrt{3}R$, քառակուսու՝ $a_4 = \sqrt{2}R$, կանոնավոր վեցանկյան՝ $a_6 = R$:

Թեորեմ: Կանոնավոր n-անկյան կողմը՝ $a_n = 2r \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}$, որտեղ r-ը դրան ներգծած շրջանագծի շառավիղն է (նկ. 27):



Նկար 27

Մասնավորապես. կանոնավոր եռանկյան՝ $a_3 = 2\sqrt{3}r$ քառակուսու՝ $a_4 = 2r$, կանոնավոր վեցանկյան՝ $a_6 = \frac{2r}{\sqrt{3}}$:

Հիշեցնենք նաև, որ կանոնավոր բուրգի հարթագիծը համընկնում է բուրգի գագաթը դրա հիմքի կողմի միջնակետին միացնող հատվածի հետ:

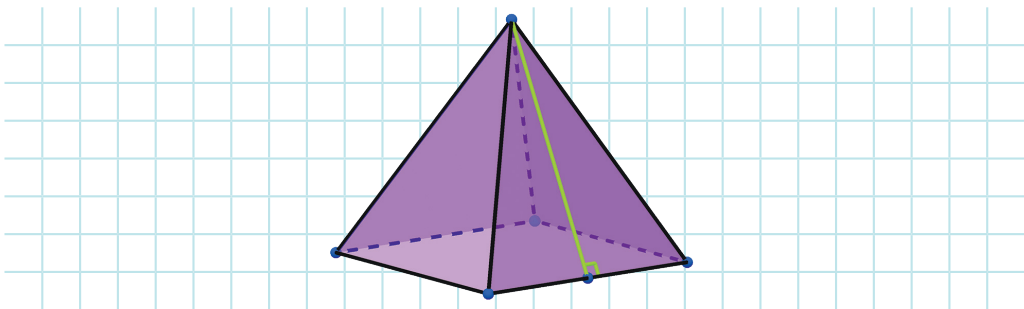
□ 7. Բուրգի մակերևույթի մակերեսը

Ինչպես պրիզմայի, այնպես էլ բուրգի դեպքում ներմուծվում են կողմնային մակերևույթի մակերես և լրիվ մակերևույթի մակերես հասկացություններ.

Սահմանում: Բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերես կոչվում է դրա կողմնային նիստերի մակերեսների գումարը:

Ինչպես գիտեք, բուրգի կողմնային նիստերը եռանկյուններ են: Ուրեմն բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերեսը գտնելու համար պետք է գտնել դրա կողմնային նիստերի (եռանկյունների) մակերեսների գումարը: Հիշենք նաև, որ կանոնավոր բուրգի կողմնային նիստերը իրար հավասար և հավասարասրուն եռանկյուններ են:

Թեորեմ: Կանոնավոր բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերեսը հավասար է հիմքի կիսապարագծի և հարթագծի արտադրյալին՝ $S_{\text{կողմ.}} = \frac{1}{2} P_{\text{հիմք}} \cdot h$ (նկ. 28):



Նկար 28

Սահմանում: Բուրգի լրիվ մակերևույթի մակերես կոչվում է դրա բոլոր նիստերի մակերեսների գումարը. $S_{\text{լրիվ}} = S_{\text{կողմ.}} + S_{\text{հիմք}} :$

Ուշադրություն դարձրեք, որ պրիզմայի և բուրգի լրիվ մակերևույթի մակերեսների բանաձևերը շատ նման են իրար, և հետագայում դրանք չշփոթելու համար պետք է հիշեք, որ պրիզման ունի երկու հիմք, իսկ բուրգը՝ մեկ հիմք:

Թեորեմ: Կանոնավոր բուրգի լրիվ մակերևույթի մակերեսը հավասար է հիմքի կիսապարագծի և հարթագծի արտադրյալին գումարած հիմքի մակերեսը.

$$S_{\text{լրիվ}} = \frac{1}{2} P_{\text{հիմք}} \cdot h + S_{\text{հիմք}}:$$



Ինտերակտիվ մոդել

Կանոնավոր բուրգ



Հարցեր և խնդիրներ

95. Կանոնավոր բուրգի հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղը 6 սմ է, իսկ հիմքի հարթության հետ հարթագծի կազմած անկյունը՝ 60° : Գտե՛ք բուրգի հարթագիծը:
96. Կանոնավոր եռանկյուն բուրգի հիմքին արտագծած շրջանագծի շառավիղը 2 դմ է, իսկ հիմքի հարթության հետ հարթագծի կազմած անկյունը՝ 60° : Գտե՛ք բուրգի հարթագիծը:
97. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղը 8 սմ է, իսկ հիմքի հարթության հետ հարթագծի կազմած անկյունը՝ 60° : Գտե՛ք բուրգի հարթագիծը և հիմքի կողմը:
98. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի հարթագիծը 12 սմ է և հիմքի հարթության հետ կազմում է 45° անկյուն: Գտե՛ք բուրգի հիմքի կողմը:
99. Կանոնավոր եռանկյուն բուրգի կողմնային կողը 8 դմ է և հիմքի հարթության հետ կազմում է 60° անկյուն: Գտե՛ք բուրգի հիմքի կողմը և հարթագիծը:
100. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի կողմնային կողը 4 սմ է և հիմքի հարթության հետ կազմում է 45° անկյուն: Գտե՛ք բուրգի հիմքի կողմը և հարթագիծը:
101. Կանոնավոր վեցանկյուն բուրգի բարձրությունը 4 դմ է, իսկ հիմքի կողմը՝ 8 դմ: Գտե՛ք բուրգի հարթագիծը:
102. Կանոնավոր վեցանկյուն բուրգի բարձրությունը 8 սմ է, իսկ հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղը՝ 6 սմ: Գտե՛ք բուրգի հարթագիծը և հիմքի կողմը:

- 103.** Գտնք կանոնավոր վեցանկյուն բուրգի հարթագիծը, եթե դրա կողմնային կողը 13 սմ է, իսկ հիմքին արտագծած շրջանագծի շառավիղը՝ 10 սմ:
- 104.** Կանոնավոր եռանկյուն բուրգի բոլոր կողերը 10 դմ են: Գտնք բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
- 105.** Եռանկյուն բուրգի կողմնային կողերը 6 սմ, 7 սմ և 8 սմ են և զույգ առ զույգ փոխուղղահայաց են: Գտնք բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
- 106.** Քեոփսի բուրգի (կանոնավոր քառանկյուն բուրգ, նկ. 29) կողմնային կողը մոտավորապես 225 մ է, իսկ հիմքի կողմը՝ մոտավորապես 230 մ: Գտնք Քեոփսի բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերեսը և ստացվածը համեմատնք համացանցի տվյալների հետ:



Նկար 29

- 107.** Էջմիածնի Մայր տաճարի գմբեթի (նկ. 30) կողմնային կողը մոտավորապես 8 մ է, իսկ հիմքի կողմը՝ մոտավորապես 2,3 մ: Գտնք այդ բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերեսը, եթե այն կանոնավոր 12-անկյուն բուրգ է:



Նկար 30

108. Կանոնավոր եռանկյուն բուրգի բոլոր կողերը 12 սմ են: Գտնք բուրգի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:
109. 106 խնդրի տվյալներով գտնք Քեովսի բուրգի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:
110. Գտնք կանոնավոր վեցանկյուն բուրգի լրիվ մակերևույթի մակերեսը, եթե դրա հարթագիծը 16 սմ է, իսկ հիմքի կողմը՝ 12 սմ:
111. Կանոնավոր եռանկյուն բուրգի կողմնային կողը 12 դմ է և հիմքի հարթության հետ կազմում է 30° անկյուն: Գտնք բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
112. Կանոնավոր եռանկյուն բուրգի կողմնային կողը 10 սմ է և հիմքի հարթության հետ կազմում է 45° անկյուն: Գտնք բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
113. Կանոնավոր եռանկյուն բուրգի բարձրությունը 12 դմ է, իսկ հարթագծի և հիմքի հարթության կազմած անկյունը՝ 30° : Գտնք բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
114. Գտնք կանոնավոր եռանկյուն բուրգի կողմնային կողը, եթե դրա հիմքի կողմի երկարությունը 6 սմ է, իսկ կողմնային մակերևույթի մակերեսը՝ $9\sqrt{6}$ սմ²:
115. Կանոնավոր եռանկյուն բուրգի հիմքի կողմը 4 դմ է, իսկ գագաթի հարթ անկյունը՝ 60° : Գտնք բուրգի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:
116. Կանոնավոր եռանկյուն բուրգի հիմքի կողմը 14 սմ է, իսկ գագաթի հարթ անկյունը՝ 90° : Գտնք բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
117. Կանոնավոր եռանկյուն բուրգի բարձրությունը 8 սմ է, իսկ հարթագծի և հիմքի կազմած անկյունը՝ 45° : Գտնք բուրգի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:
118. Կանոնավոր եռանկյուն բուրգի բարձրությունը 3 սմ է, իսկ հիմքի կողմը՝ 18 սմ: Գտնք բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
119. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերեսը 14,76 սմ² է, իսկ լրիվ մակերևույթի մակերեսը՝ 18 սմ²: Գտնք բուրգի բարձրությունը:
120. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի բարձրությունը $5\sqrt{3}$ սմ է, իսկ հիմքի կողմը՝ 10 սմ: Գտնք բուրգի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:
121. Գտնք կանոնավոր քառանկյուն բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերեսը, եթե անկյունագծային հատույթը հավասարամեծ է հիմքին, իսկ հիմքի կողմը $2\sqrt{3}$ սմ է:

122. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի հիմքի կողմը 36 դմ է, իսկ հիմքի հարթության հետ հարթագծի կազմած անկյունը՝ 60° : Գտնք բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
123. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի հիմքի կողմը 16 սմ է, իսկ հիմքի հարթության հետ հարթագծի կազմած անկյունը՝ 30° : Գտնք բուրգի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:
124. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի կողմնային կողը 4 սմ է և հիմքի հարթության հետ կազմում է 60° անկյուն: Գտնք բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
125. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի հարթագիծը 12 սմ է, իսկ հիմքի հարթության հետ հարթագծի կազմած անկյունը՝ 60° : Գտնք բուրգի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:
126. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի բարձրությունը 10 սմ է, իսկ հարթագծի և հիմքի կազմած անկյունը՝ 45° : Գտնք բուրգի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:
127. Կանոնավոր վեցանկյուն բուրգի բարձրությունը 4 դմ է, իսկ հիմքի կողը՝ 8 դմ: Գտնք բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
128. Կանոնավոր վեցանկյուն բուրգի բարձրությունը 8 սմ է, իսկ հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղը՝ 6 սմ: Գտնք բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
129. Գտնք կանոնավոր վեցանկյուն բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերեսը, եթե դրա կողմնային կողը $\sqrt{15}$ սմ է, իսկ հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղը՝ 3 սմ:
130. Կանոնավոր վեցանկյուն բուրգի հարթագիծը 2 սմ է, իսկ հիմքի հարթության հետ հարթագծի կազմած անկյունը՝ 60° : Գտնք բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:



Խմբային աշխատանք

Դասարանի աշակերտներին բաժանեք երկու խմբի: Խմբով թող քննարկեն հետևյալ հարցը և ներկայացնեն իրենց եզրակացություններն ու հիմնավորումները.

Պատկերացրեք, որ ունեք փայտե քառանկյուն բուրգ և քանոն, որով կարող եք միայն հատվածի երկարություն չափել:

Ամենաքիչը քանի՞ չափում է պետք անել, և ի՞նչ է պետք չափել համոզված լինելու համար, որ բուրգը կանոնավոր բուրգ է: Պետք է պատասխանեն նաև հետևյալ հարցին.

Կփոխվեն չափումների քանակը, եթե բուրգը լիներ եռանկյուն կամ հնգանկյուն բուրգ:



Խմբային աշխատանք

Դասարանի աշակերտներին բաժանեք երկու խմբի: Խմբով թող քննարկեն հետևյալ հարցը և ներկայացնեն իրենց եզրակացություններն ու հիմնավորումները.

Բուրգի հիմքը անհավասար կից կողմերով ուղղանկյուն է, իսկ բարձրությունն անցնում է հիմքի անկյունագծերի հատման կետով:

Այդ բուրգի համար ճիշտ է $S_{\text{կողմ.}} = \frac{1}{2} P_{\text{հիմք}} \cdot h$ բանաձևը: Եթե այո, ապա ի՞նչ է h -ը:

Ուսումնասիրելով այս գլուխը՝

- Վերհիշեցիք բազմանկյան մակերեսի հատկությունները, քառակուսու, ուղղանկյան, զուգահեռագծի, սեղանի մակերեսների բանաձևերը: Ամրապնդեցիք խնդիրներ լուծելիս դրանք կիրառելու հմտությունները:
- Վերհիշեցիք եռանկյան մակերեսի բանաձևերից մի քանիսը: Ամրապնդեցիք խնդիրներ լուծելիս դրանք կիրառելու հմտությունները:
- Սովորեցիք պրիզմայի և դրա տարրերի ու տեսակների սահմանումները: Լուծեցիք դրանց հետ կապված խնդիրներ:
- Իմացաք՝ ինչն է կոչվում պրիզմայի կողմնային մակերևույթի մակերես և ինչը՝ լրիվ մակերևույթի մակերես: Սովորեցիք ուղիղ պրիզմայի, մասնավորապես, կանոնավոր պրիզմայի, ուղղանկյունանիստի կողմնային և լրիվ մակերևույթների մակերեսների բանաձևերը: Կիրառեցիք այդ բանաձևերը խնդիրներ լուծելիս:
- Իմացաք՝ ինչն է կոչվում բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերես և ինչը՝ լրիվ մակերևույթի մակերես: Սովորեցիք կանոնավոր բուրգի կողմնային և լրիվ մակերևույթների մակերեսների բանաձևերը: Կիրառեցիք այդ բանաձևերը խնդիրներ լուծելիս:





ՊՏՏԱԿԱՆ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐ

Ուսումնասիրելով այս գլուխը՝

- Կվերհիշեք շրջանագծի, դրա α° աղեղի երկարության բանաձևերը: Կամրապնդեք խնդիրներ լուծելիս դրանք կիրառելու հատկությունները:
- Կվերհիշեք շրջանի, դրա α° աղեղով սեկտորի մակերեսների բանաձևերը: Կամրապնդեք խնդիրներ լուծելիս դրանք կիրառելու հատկությունները:
- Կսովորեք գլանի և դրա տարրերի սահմանումները: Կլուծեք դրանց հետ կապված խնդիրներ:
- Կիմանաք՝ ինչն է կոչվում գլանի կողմնային մակերևույթի մակերես և ինչը՝ լրիվ մակերևույթի մակերես: Կսովորեք գլանի կողմնային և լրիվ մակերևույթների մակերեսների բանաձևերը: Կկիրառեք այդ բանաձևերը խնդիրներ լուծելիս:
- Կսովորեք կոնի և դրա տարրերի սահմանումները: Կլուծեք դրանց հետ կապված խնդիրներ:
- Կիմանաք՝ ինչն է կոչվում կոնի կողմնային մակերևույթի մակերես և ինչը՝ լրիվ մակերևույթի մակերես: Կսովորեք կոնի կողմնային և լրիվ մակերևույթների մակերեսների բանաձևերը: Կկիրառեք այդ բանաձևերը խնդիրներ լուծելիս:
- Կսովորեք գնդային մակերևույթի, դրա տարրերի, գնդի սահմանումները:
- Կիմանաք գնդային մակերևույթի և հարթության փոխադարձ դասավորության հնարավոր դեպքերը:
- Կսովորեք գնդային մակերևույթի մակերեսի բանաձևը: Կկիրառեք այն խնդիրներ լուծելիս:

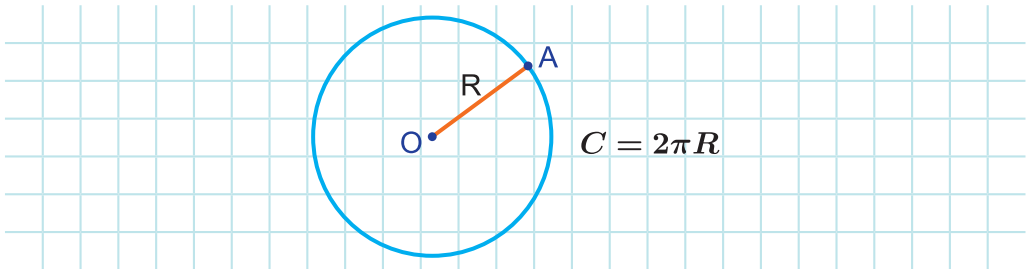


§4. Շրջանագիծ, շրջան

□ 8. Շրջանագծի, աղեղի երկարությունները

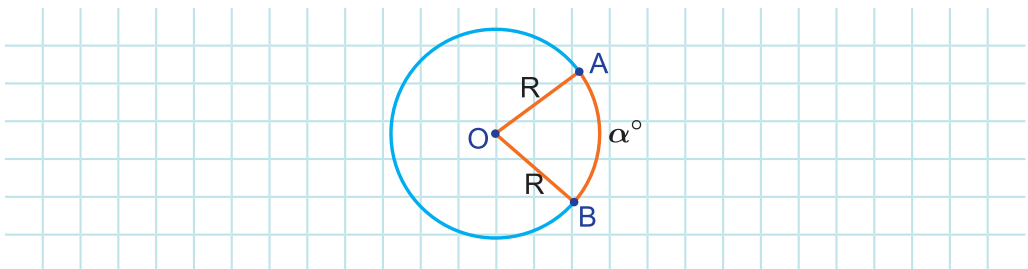
Պտտման մարմինների ուսումնասիրությունը սկսելուց առաջ վերիիշեցնք շրջանագծի և դրա α° աղեղի երկարությունների, շրջանի և դրա α° աղեղով սեկտորի մակերեսների՝ հարթաչափությունից Ձեզ հայտնի բանաձևերը:

Թեորեմ: R շառավղով շրջանագծի երկարությունը՝ $C = 2\pi R$ (նկ. 31):



Նկար 31

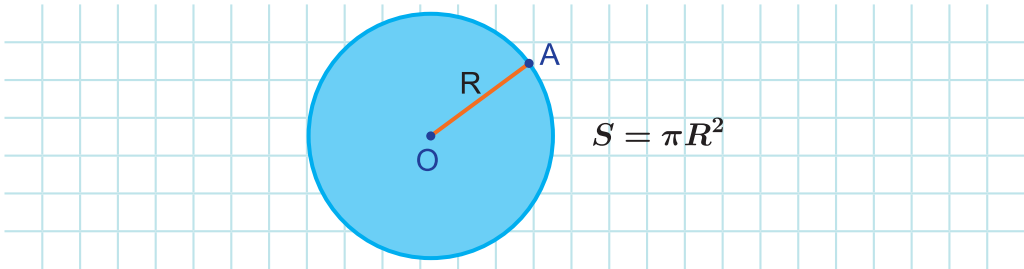
Թեորեմ: R շառավղով շրջանագծի α° աղեղի երկարությունը՝ $l = \frac{\pi R}{180} \cdot \alpha$ (նկ. 32):



Նկար 32

□ 9. Շրջանի, շրջանային սեկտորի մակերեսները

Թեորեմ: R շառավղով շրջանի մակերեսը՝ $S = \pi R^2$ (նկ. 33):

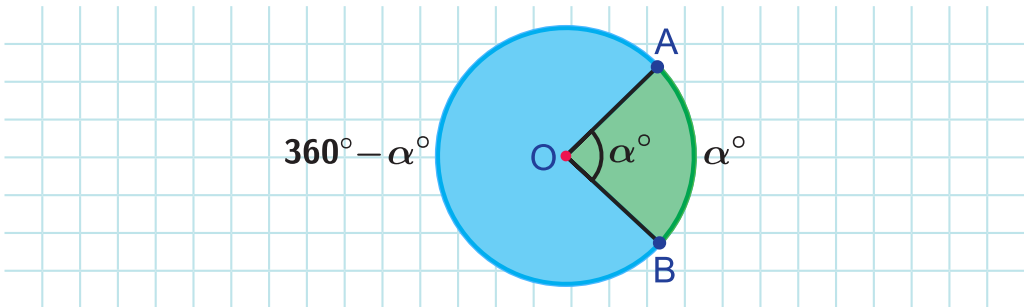


Նկար 33

Մահմանում: Շրջանի այն մասը, որը սահմանափակված է աղեղով և աղեղի ծայրակետերը շրջանի կենտրոնին միացնող երկու շառավղով, կոչվում է շրջանային սեկտոր կամ սեկտոր (նկ. 34):

Նկար 34-ում կանաչ սեկտորի աղեղը α° է, կապույտ սեկտորի աղեղը՝ $360^\circ - \alpha^\circ$:

Թեորեմ: R շառավղով շրջանագծի α° աղեղով սեկտորի մակերեսը՝ $S = \frac{\pi R^2}{360} \cdot \alpha$ (նկ. 34):

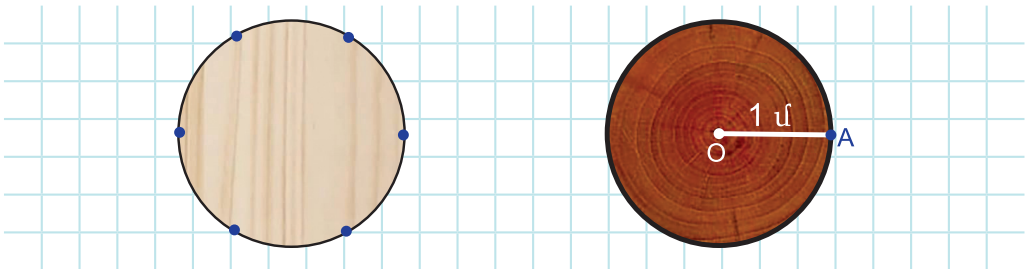


Նկար 34



Հարցեր և խնդիրներ

131. Գտնք 5 սմ շառավղով շրջանագծի երկարությունը:
132. Քանի՞ անգամ է շրջանագծի երկարությունը մեծ դրա տրամագծի երկարությունից:
133. Քանի՞ անգամ կմեծանա շրջանագծի երկարությունը, եթե դրա շառավիղը մեծացնեն երկու անգամ:
134. Երկրագնդի շառավիղը 6370 կմ է: Գտնք հասարակածի երկարությունը:
135. Գտնք 8π սմ երկարությամբ շրջանագծի շառավիղը:
136. Գտնք 15 սմ շառավղով շրջանագծի 60° աղեղի երկարությունը:
137. Գտնք 8 դմ շառավղով շրջանագծի 90° աղեղի երկարությունը:
138. Գտնք շրջանագծի շառավիղը, եթե դրա 120° աղեղի երկարությունը 4π սմ է:
139. Վարպետը ի՞նչ շառավղով շրջանաձև սեղան պիտի պատրաստի, որ դրա շուրջը նստող 6 մարդուց ամեն մեկին սեղանի շրջանագծի աղեղով բաժին հասնի 80 սմ (նկ. 35):



Նկար 35

Նկար 36

140. Ամենաշատը քանի՞ մարդ կարող է նստել 1 մ շառավղով շրջանաձև սեղանի շուրջը, եթե նրանցից ամեն մեկին սեղանի շրջանագծի աղեղով բաժին պիտի հասնի ոչ պակաս, քան 75 սմ (նկ. 36):
141. Գտնք ծառաբնի տրամագիծը, եթե դրա շրջանագծի երկարությունը 3,14 մ է:
142. 62,8 մ անցնելիս հեծանվի անիվը պտտվում է 30 անգամ: Գտնք անիվի շառավիղը:
143. Ինչքան կավելանա R շառավղով շրջանագծի երկարությունը, եթե

դրա շառավիղը մեծացնեն 1 սմ-ով: Խնդրի պատասխանը կախված է շրջանագծի սկզբնական շառավիղից:

- 144.** Հանրապետության հրապարակի ժամացույցի փոքր սլաքի երկարությունը 110 սմ է (նկ. 37): Ինչ երկարությամբ աղեղ է գծում այդ սլաքի ծայրը 2 ժամում:



Նկար 37

- 145.** Քարի լիճը Արագած լեռան լանջին է (նկ. 38): Համարելով լճի մակերևույթը շրջան՝ գտե՛ք դրա շառավիղը, եթե լճի ափի երկարությունը մոտավորապես 1230 մ է:



Նկար 38

- 146.** Վարպետը 80 սմ և 32,5 սմ կից կողմերով ուղղանկյունաձև թիթեղից պատրաստեց 80 սմ երկարությամբ խողովակ: Գտե՛ք խողովակի տրամագիծը, եթե թիթեղի եզրերն իրար միացնելու համար ծախսվել է 1,1 սմ:
- 147.** Երկաթգծի կոր տեղամասի երկարությունը 900 մ է, իսկ կորության շառավիղը՝ 1800 մ: Գտե՛ք կոր տեղամասի աղեղի աստիճանային չափը:
- 148.** Երկրից Արև հեռավորությունը մոտավորապես 150 000000 կմ է:

երկրի ուղեծիրը համարելով շրջանագիծ՝ գտնք Արևի շուրջը նրա պտտվելու արագությունը:

149. Գտնք 4 սմ շառավղով շրջանի մակերեսը:
150. Գտնք 9π սմ² մակերեսով շրջանի շառավիղը:
151. Քանի՞ անգամ կմեծանա շրջանի մակերեսը, եթե դրա շառավիղը մեծացվի 3 անգամ:
152. Գտնք շրջանի մակերեսը, եթե այն եզերող շրջանագծի երկարությունը 10π սմ է:
153. Քանի՞ տոկոսով կմեծանա շրջանի մակերեսը, եթե դրա շառավիղը մեծացնեն 30%-ով:
154. Գտնք 6 դմ շառավղով և 60° աղեղով սեկտորի մակերեսը:
155. Գտնք 9 սմ շառավղով և 120° աղեղով սեկտորի մակերեսը:
156. 6 սմ և 8 սմ շառավիղներով շրջանագծերը համակենտրոն են: Գտնք այդ շրջանագծերով սահմանափակված օղակի մակերեսը:
157. Քանի՞ անգամ է շրջանի մակերեսը մեծ դրա 20° աղեղով սեկտորի մակերեսից:
158. Հայաստանի Հանրապետության տարածքը 29743 կմ² է, հարևան երկրների հետ սահմանների երկարությունը՝ 1570 կմ: Նույն մակերեսի դեպքում քանի՞ կիլոմետր կլինեն այն շրջանի շառավիղը, որը կգբաղեցներ Հայաստանի Հանրապետությունը: Քանի՞ կիլոմետրով կկրճատվեր սահմանների երկարությունը:
159. Այրերի լիճը Կոտայքի մարզի Կլոր Թառ լեռան լանջին է (նկ. 39), մակերեսը՝ 0,6 հա: Համարելով լճի մակերեսույթը շրջան՝ գտնք դրա շառավիղը:



Նկար 39

160. R շառավղով շրջանի մեջ ընկած շրջանագիծը շրջանը բաժանում է երկու հավասարամեծ մասերի: Գտնք շրջանագծի շառավիղը:

161. 20 սմ և 30 սմ կից կողմերով ուղղանկյունաձև տեղամասում կառուցել են 5 սմ շառավղով շրջանաձև լողավազան: Գտնք այդ տեղամասի՝ լողավազանով չզբաղեցված մասի մակերեսը:
162. $6\sqrt{2}$ սմ կողմով քառակուսուն արտագծված է շրջանագիծ: Գտնք այդ շրջանագծով եզերված շրջանի մակերեսը:
163. Գտնք կանոնավոր եռանկյանն արտագծած և ներգծած շրջանագծերով եզերված շրջանների մակերեսների հարաբերությունը:
164. Գյուղին ջուր մատակարարող 12 սմ և 16 սմ տրամագծերով երկու խողովակն ուզում են փոխարինել մեկ այնպիսի խողովակով, որի լայնական հատույթի մակերեսը հավասար է գործողների լայնական հատույթների մակերեսների գումարին: Ինչքան պետք է լինի նոր խողովակի տրամագիծը:
165. Խանութում վաճառվում են 10 սմ և 15 սմ շառավիղներով շրջանաձև պիցցաներ, որոնց բաղադրություններն ու հաստությունները նույնն են: Երկու փոքր պիցցա գնելն է շահավետ, թե՛ մեկ մեծը, եթե փոքրն արժե 500 դրամ, իսկ մեծը՝ 1000 դրամ (ենթադրվում է, որ գնվածը լրիվ օգտագործվելու է):
166. Ուղղանկյուն եռանկյան կողմերը ընդունելով որպես տրամագծեր՝ կառուցել են երեք կիսաշրջան: Ապացուցե՛ք, որ ներքնաձիգի վրա կառուցված կիսաշրջանի մակերեսը հավասար է էջերի վրա կառուցված կիսաշրջանների մակերեսների գումարին:



Խմբային աշխատանք

Դասարանի աշակերտներին բաժանեք երկու խմբի: Խմբով թող քննարկեն հետևյալ հարցը և ներկայացնեն իրենց եզրակացությունը.

Ինչո՞ւ են կոյուղու հորերի կափարիչները շրջանաձև:

§5. Գլան

□ 10. Գլան, գլանի տարրերը

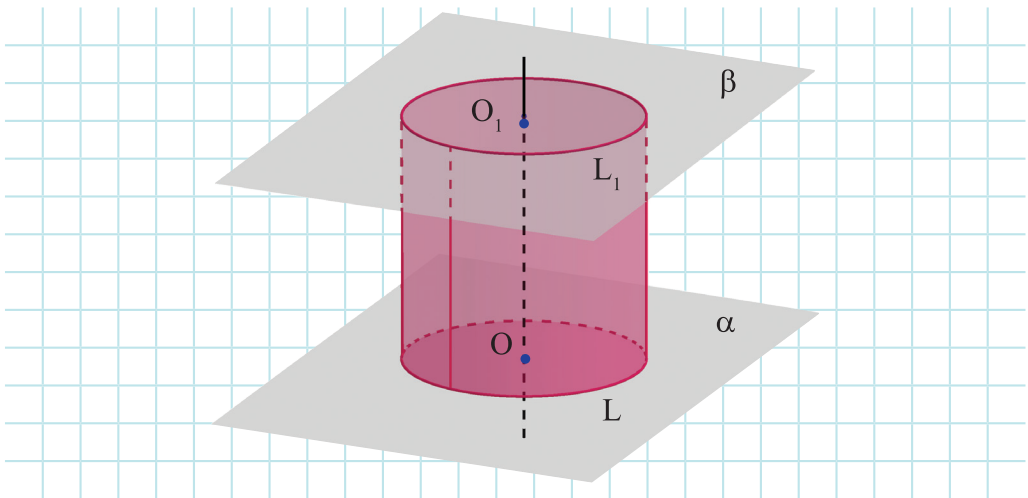
Առօրյայում մենք հաճախ ենք հանդիպում գլանաձև առարկաների: Այդպիսին են շատ բաժակներ, տակառներ, ցիստեռներ: Մասնավորապես այդպիսին է պահածոների մետաղական տուփերի մեծ մասը (նկ. 40):



Նկար 40

Տեսնենք, թե ինչպես են սահմանվում գլանը և դրա տարրերը:

Դիտարկենք α և β զուգահեռ հարթություններն ու O կենտրոնով և R շառավղով L շրջանագիծը, որը ընկած է α հարթության մեջ:



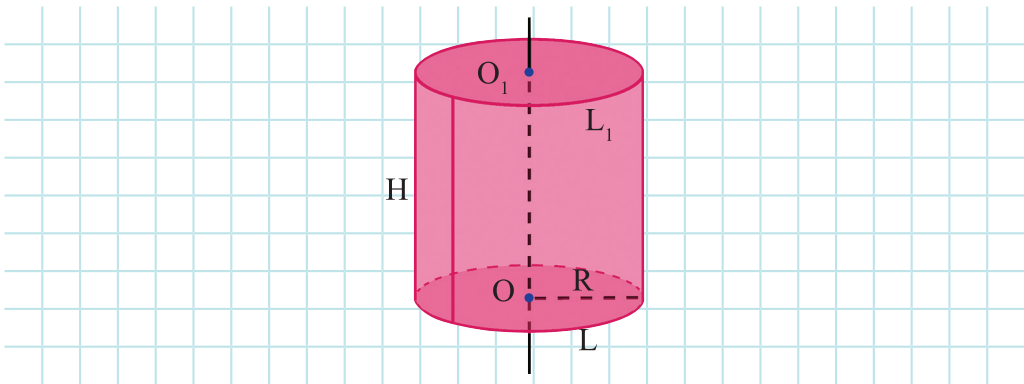
Նկար 41

L շրջանագծի յուրաքանչյուր կետով տանենք α հարթությանն ուղղահայաց ուղիղ: Այդ ուղիղների՝ α և β հարթությունների միջև ընկած հատվածները կազմում են **գլանային մակերևույթ** (նկ. 41):

Այդ հատվածները կոչվում են **գլանային մակերևույթի ծնորդներ**:

Ծնորդների այն ծայրակետերը, որոնք ընկած են β հարթության մեջ, կազմում են R շառավիղով և O_1 կենտրոնով L_1 շրջանագիծը, որտեղ O_1 -ը β հարթության և O կետով անցնող ու α հարթության ուղղահայաց ուղղի հատման կետն է:

Գլանային մակերևույթով, L և L_1 շրջանագծերով եզերված շրջաններով սահմանափակված մարմինը կոչվում է **գլան** (նկ. 42):



Նկար 42

Գլանային մակերևույթը կոչվում է **գլանի կողմնային մակերևույթ**, իսկ շրջանները՝ **գլանի հիմքեր** (նկ. 42):

Գլանային մակերևույթի ծնորդները կոչվում են **գլանի ծնորդներ**, իսկ OO_1 ուղիղը՝ **գլանի առանցք** (նկ. 42):

Գլանի ծնորդի երկարությունը կոչվում է **գլանի բարձրություն**, իսկ հիմքի շառավիղը՝ **գլանի շառավիղ** (նկ. 42):

Գլան կարելի է ստանալ ուղղանկյունը իր կողմերից մեկը պարունակող ուղղի շուրջը պտտելով:

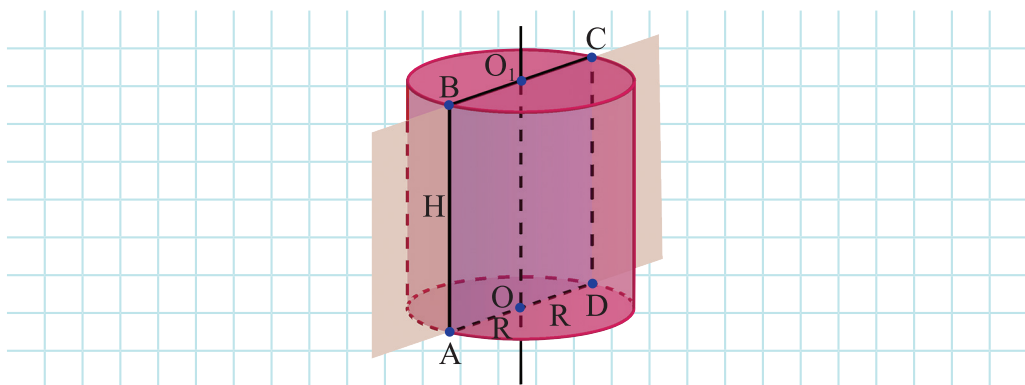


Ինտերակտիվ մոդել

Գլան

Եթե հատող հարթությունն անցնում է գլանի առանցքով, ապա հատույթը կոչվում է **առանցքային հատույթ**:

Առանցքային հատույթն ուղղանկյուն է, որի երկու կողմերը գլանի ծնորդներ են, իսկ մյուս երկուսը՝ հիմքի տրամագծեր (նկ. 43):



Նկար 43

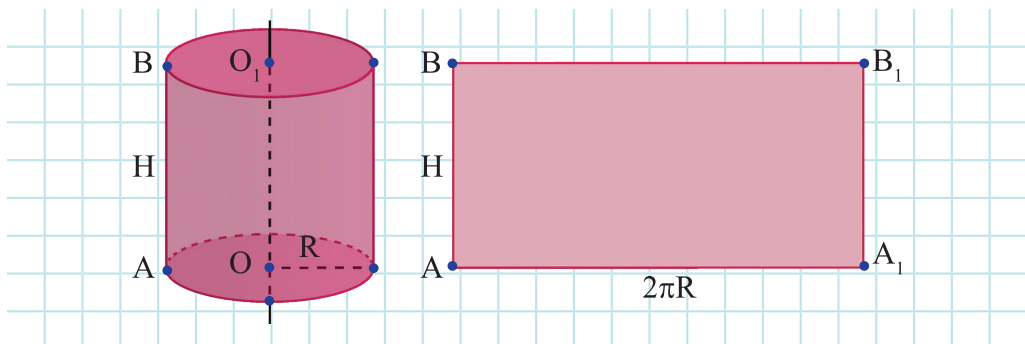
Նկար 43-ում H և $2R$ կից կողմերով $ABCD$ ուղղանկյունը գլանի առանցքային հատույթ է:

Թեորեմ: Գլանի առանցքային հատույթի մակերեսը՝

$$S_{\text{առ.}} = 2RH:$$

□ 11. Գլանի կողմնային և լրիվ մակերևույթների մակերեսները

Եթե գլանային մակերևույթը կտրենք AB ծնորդով և փոենք այնպես, որ բոլոր ծնորդները ընկած լինեն ինչ-որ α հարթության մեջ, ապա կստացվի ABB_1A_1 ուղղանկյունը, որի AB և A_1B_1 կողմերը գլանային մակերևույթի՝ AB ծնորդով կտրվածքի երկու եզրերն են: ABB_1A_1 ուղղանկյունը կոչվում է **գլանի կողմնային մակերևույթի փոկածք** (նկ. 44):



Նկար 44

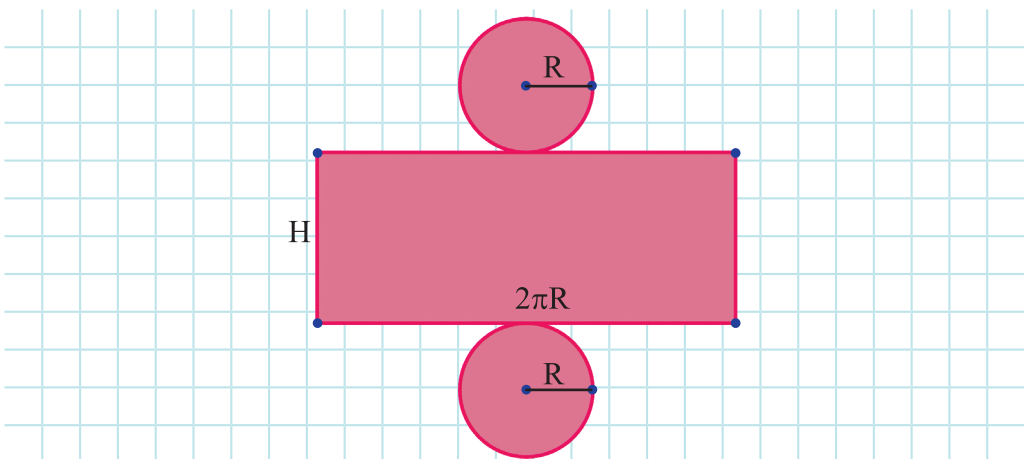
Որպես գլանի կողմնային մակերևույթի մակերես ընդունվում է դրա փռվածքի մակերեսը:

Թեորեմ: R շառավղով և H բարձրությամբ գլանի կողմնային մակերևույթի մակերեսը հավասար է հիմքի շրջանագծի երկարության և բարձրության արտադրյալին՝
 $S_{\text{կողմ.}} = 2\pi R \cdot H$ (նկ. 44):

Բացի գլանային մակերևույթից՝ գլանի մակերևույթը կազմված է նաև երկու շրջաններից՝ գլանի հիմքերից (նկ. 45):

Սահմանում: Գլանի լրիվ մակերևույթի մակերես կոչվում է դրա կողմնային մակերևույթի մակերեսի և հիմքերի մակերեսների գումարը՝ $S_{\text{լրիվ}} = S_{\text{կողմ.}} + 2S_{\text{հիմք}}$:

Թեորեմ: R շառավղով և H բարձրությամբ գլանի լրիվ մակերևույթի մակերեսը՝ $S_{\text{լրիվ}} = 2\pi R \cdot H + 2\pi R^2$ (նկ. 45):



Նկար 45



Ինտերակտիվ մոդել

Գլանի փռվածքը



Հարցեր և խնդիրներ

167. 30 սմ և 20 սմ կից կողմերով ուղղանկյունաձև թղթի 20 սմ երկարությամբ կողմերի եզրերը հպելով իրար՝ ստացել են գլանային մակերևույթ: Ի՞նչ շառավղով շրջաններ պետք է ունենալ գլան ստանալու համար:
168. Գլանի բարձրությունը 8 սմ է, իսկ հիմքի շառավիղը՝ 6 սմ: Գտնք գլանի առանցքային հատույթի մակերեսը:
169. Գլանի առանցքային հատույթի մակերեսը 70 սմ^2 է, իսկ բարձրությունը՝ 10 սմ: Գտնք գլանի հիմքի մակերեսը:
170. Գլանի առանցքային հատույթի անկյունագիծը 16 դմ է և հիմքի հարթության հետ կազմում է 45° անկյուն: Գտնք գլանի բարձրությունը և հիմքի շառավիղը:
171. 10 սմ և 4 սմ կից կողմերով ուղղանկյունը պտտել են 10 սմ երկարությամբ կողմը պարունակող ուղղի շուրջը: Գտնք առաջացած գլանի առանցքային հատույթի մակերեսը:
172. Գլանի ծնորդը 10 սմ է, իսկ հիմքի շառավիղը՝ $5\sqrt{3}$ սմ: Գտնք գլանի առանցքային հատույթի անկյունագիծը:
173. Գլանի հիմքի մակերեսը $16\pi \text{ սմ}^2$ է, առանցքային հատույթի անկյունագիծը՝ 10 սմ: Գտնք գլանի բարձրությունը:
174. 8 սմ և 6 սմ կից կողմերով ուղղանկյունը մեկ անգամ պտտել են 8 սմ երկարությամբ կողմը պարունակող ուղղի շուրջը, երկրորդ անգամ՝ 6 սմ երկարությամբ կողմը պարունակող ուղղի շուրջը: Համեմատել ստացված գլանների առանցքային հատույթների մակերեսները:
175. Գլանի առանցքային հատույթի անկյունագիծը 48 սմ է և գլանի ծնորդի հետ կազմում է 60° անկյուն: Գտնք գլանի հիմքի մակերեսը:
176. Գլանի առանցքային հատույթը քառակուսի է, որի անկյունագիծը $12\sqrt{2}$ դմ է: Գտնք՝ ա) գլանի բարձրությունը, բ) գլանի հիմքի մակերեսը:
177. Գլանի բարձրությունը 7 սմ է, իսկ հիմքի շառավիղը՝ 4 սմ: Գտնք գլանի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
178. Քանի՞ անգամ է գլանի կողմնային մակերևույթի մակերեսը մեծ գլանի առանցքային հատույթի մակերեսից:
179. Գլանի կողմնային մակերևույթի մակերեսը $96\pi \text{ սմ}^2$ է, իսկ բարձ-

րությունը՝ 12 սմ: Գտնք գլանի հիմքի շառավիղը:

- 180.** Գլանանվի տրամագիծը 1 մ է, իսկ լայնությունը՝ 1,5 մ (նկ. 46): Մեկ պտույտով ինչքան մակերեսով տարածք կհարթեցնի այդ գլանանիվը:



Նկար 46

- 181.** Գլանի բարձրությունը 9 դմ է, իսկ հիմքի մակերեսը՝ 25π դմ²: Գտնք գլանի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
- 182.** Գլանի հիմքի շառավիղը 0,5 մ է, իսկ բարձրությունը հավասար է հիմքի շրջանագծի երկարությանը: Գտնք գլանի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
- 183.** Գլանի բարձրությունը 20 սմ է, իսկ հիմքի շառավիղը՝ 6 սմ: Գտնք գլանի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:
- 184.** Գլանի բարձրությունը հավասար է հիմքի շառավիղին: Գտնք գլանի լրիվ և կողմնային մակերևույթների մակերեսների հարաբերությունը:
- 185.** 12 սմ և 8 սմ կից կողմերով ուղղանկյունը պտտել են 12 սմ երկարությամբ կողմը պարունակող ուղղի շուրջը: Գտնք առաջացած գլանի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:
- 186.** Գլանաձև կոճղը, որի բարձրությունը 40 սմ է, իսկ հիմքի շառավիղը 12 սմ (նկ. 47), առանցքային հատույթով բաժանել են երկու մասի: Ստացված մասերի լրիվ մակերևույթների մակերեսների գումարն ինչքան է ավելի կոճղի լրիվ մակերևույթի մակերեսից:



Նկար 47

- 187.** Գլանի լրիվ մակերևույթի մակերեսը 150π սմ² է, իսկ կողմնային մակերևույթի մակերեսը՝ 100π սմ²: Գտնք գլանի առանցքային հատույթի մակերեսը:
- 188.** Քանի քառակուսի մետր թիթեղ է օգտագործվում 10 սմ տրամագծով և 5 սմ բարձրությամբ 100 000 գլանաձև պահածոյատուփ պատրաստելու համար, եթե հումքի 10%-ը ծախսվում է կարերի և թափոնների վրա:
- 189.** Երկու գլանաձև դետալ պետք է նիկելապատել: Առաջին դետալի բարձրությունը երկու անգամ մեծ է երկրորդ դետալի բարձրությունից, բայց հիմքի շառավիղը երկու անգամ փոքր է երկրորդ դետալի հիմքի շառավղից: Ո՞ր դետալի համար ավելի շատ նիկել կծախսվի:
- 190.** Քանի կիլոգրամ ներկ է ծախսվել նկար 48-ի 12 գլանաձև ցիստեռները դրսից ներկելու համար, եթե դրանց հիմքի շառավիղը 1,6 մ է, երկարությունը (գլանի բարձրությունը)՝ 6 մ, իսկ մեկ քառակուսի մետր ներկելու համար ծախսվել է 200 գրամ ներկ:



Նկար 48

- 191.** Գլանի լրիվ մակերևույթի մակերեսը 192π դմ² է, իսկ բարձրությունը 4 դմ-ով մեծ է հիմքի շառավղից: Գտնք գլանի առանցքային հատույթի մակերեսը:
- 192.** Գլանի հիմքի շառավիղը երեք անգամ փոքր է բարձրությունից, իսկ լրիվ մակերևույթի մակերեսը 288π սմ² է: Գտնք գլանի բարձրությունը և հիմքի շառավիղը:
- 193.** Գլանի լրիվ մակերևույթի մակերեսը 456π սմ² է, իսկ բարձրությունը՝ 7 սմ: Գտնք գլանի առանցքային հատույթի մակերեսը:
- 194.** Գլանի կողմնային մակերևույթի մակերեսը երկու անգամ մեծ է հիմքի մակերեսից, իսկ լրիվ մակերևույթի մակերեսը 500π սմ² է: Գտնք գլանի հիմքի շառավիղը և բարձրությունը:

§6. Կոն

□ 12. Կոն, կոնի տարրերը

Մեր շրջապատում հաճախ կարելի է տեսնել կոնաձև առարկաներ, օրինակ՝ տոնական գլխարկներ, ջահեր, հակահրդեհային դույլեր: Այդպիսի առարկաներից Ձեզ ավելի հաճախ հանդիպողները գուցե կոնաձև պաղպաղակներն են (49):

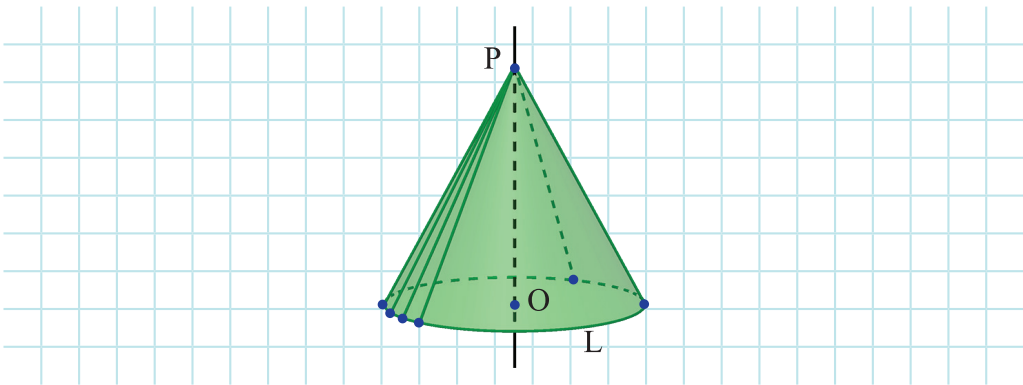


Նկար 49

Տեսնենք, թե ինչպես են սահմանվում կոնը և դրա տարրերը:

Օ կենտրոնով L շրջանագծից դուրս վերցնենք P կետն այնպես, որ OP -ն լինի ուղղահայաց շրջանագծի հարթությանը:

Շրջանագծի յուրաքանչյուր կետ միացնենք P կետին (նկ. 50): Այդ հատվածներով առաջացած մակերևույթը կոչվում է **կոնական մակերևույթ**, իսկ այդ հատվածները՝ **կոնական մակերևույթի ծնորդներ**:



Նկար 50

Կոնական մակերևույթով և L շրջանագծով եզերված շրջանով սահմանափակված մարմինը կոչվում է **կոն** (նկ. 50):

Կոնական մակերևույթը կոչվում է **կոնի կողմնային մակերևույթ**, շրջանը՝ **կոնի հիմք**, իսկ շրջանի շառավիղը՝ կոնի հիմքի շառավիղ (նկ. 50):

P կետը կոչվում է **կոնի գագաթ**, կոնական մակերևույթի ծնորդները՝ **կոնի ծնորդներ** (նկ. 50):

Կոնի գագաթը հիմքի կենտրոնին միացնող ուղիղը կոչվում է **կոնի առանցք** (նկ. 50):

Կոնի գագաթը հիմքի կենտրոնին միացնող հատվածը՝ PO-ն, կոչվում է **կոնի բարձրություն** (նկ. 50):

Կոն կարելի է ստանալ ուղղանկյուն եռանկյունը իր էջերից մեկը պարունակող ուղղի շուրջը պտտելով:

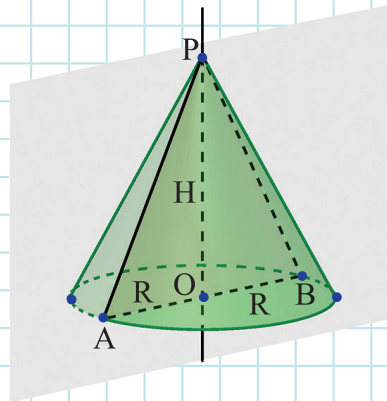


Ինտերակտիվ մոդել

Կոն

Կոնի առանցքով անցնող հատույթը կոչվում է **առանցքային հատույթ**:

Կոնի առանցքային հատույթը հավասարասրուն եռանկյուն է, որի հիմքը կոնի հիմքի տրամագիծն է, իսկ սրունքները՝ կոնի ծնորդները (նկ. 51):



Նկար 51

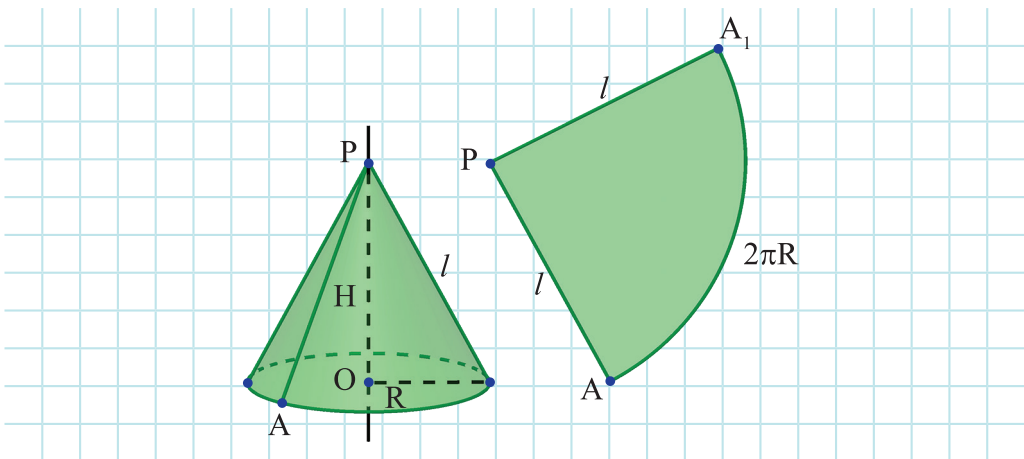
Նկար 51-ում $2R$ հիմքով և $PA = PB$ սրունքներով հավասարասրուն եռանկյունը կոնի առանցքային հատույթ է:

Թեորեմ: Կոնի առանցքային հատույթի մակերեսը՝

$$S_{\text{առ.}} = RH:$$

□ 13. Կոնի կողմնային և լրիվ մակերևույթների մակերեսները

Եթե կոնական մակերևույթը կտրենք PA ծնորդով և փոենք այնպես, որ բոլոր ծնորդները գտնվեն ինչ-որ α հարթության մեջ, ապա կստացվի շրջանային սեկտոր, որի շառավիղը հավասար է կոնի ծնորդին, իսկ սեկտորի աղեղի երկարությունը հավասար է կոնի հիմքի շրջանագծի երկարությանը (նկ. 52):



Նկար 52

Որպես **կոնի կողմնային մակերևույթի մակերես** ընդունվում է կոնական մակերևույթի փովածքի մակերեսը:

Թեորեմ: Կոնի կողմնային մակերևույթի մակերեսը՝ $S_{\text{կողմ.}} = \pi Rl$, որտեղ R -ը կոնի հիմքի շառավիղն է, իսկ l -ը՝ կոնի ծնորդը (նկ. 52):

Բացի կոնային մակերևույթից՝ կոնի մակերևույթը կազմված է նաև շրջանից՝ կոնի հիմքից:

Թեորեմ: Հիմքի R շառավիղով և l ծնորդով կոնի լրիվ մակերևույթի մակերեսը՝ $S_{\text{լրիվ}} = \pi Rl + \pi R^2$ (նկ. 52):



Ինտերակտիվ մոդել

Կոնի փովածքը



Հարցեր և խնդիրներ

195. Կոնի բարձրությունը 15 սմ է, իսկ հիմքի շառավիղը՝ 8 սմ: Գտնք կոնի ծնորդը:
196. Կոնի առանցքային հատույթը հավասարասրուն ուղղանկյուն եռանկյուն է, որի ներքնաձիգը $20\sqrt{2}$ սմ է: Գտնք կոնի ծնորդը և բարձրությունը:
197. Կոնի բարձրությունը 8 սմ է, իսկ հիմքի շառավիղը՝ 10 սմ: Գտնք կոնի առանցքային հատույթի մակերեսը:
198. Կոնի առանցքային հատույթի մակերեսը 80 սմ² է, իսկ բարձրությունը՝ 16 սմ: Գտնք կոնի հիմքի մակերեսը:
199. 10 սմ և 12 սմ էջերով ուղղանկյուն եռանկյունը պտտել են 10 սմ երկարությամբ կողմը պարունակող ուղղի շուրջը: Գտնք առաջացած կոնի առանցքային հատույթի մակերեսը:
200. Կոնի ծնորդը 24 սմ է և հիմքի հետ կազմում է 60° անկյուն: Գտնք կոնի հիմքի մակերեսը:
201. Կոնի հիմքի մակերեսը 36π դմ² է, իսկ բարձրությունը՝ 8 դմ: Գտնք կոնի ծնորդը:
202. Կոնի ծնորդը 13 սմ է, իսկ հիմքի շառավիղը՝ 5 սմ: Գտնք կոնի առանցքային հատույթի մակերեսը:
203. Կոնի ծնորդը $18\sqrt{2}$ սմ է և դրա առանցքի հետ կազմում է 45° անկյուն: Գտնք կոնի հիմքի շառավիղն ու բարձրությունը:
204. Գլանի և կոնի առանցքային հատույթների մակերեսները հավասար են, հավասար են նաև դրանց հիմքերի շառավիղները: Գտնք գլանի և կոնի բարձրությունների հարաբերությունը:
205. Կոնի ծնորդը 15 սմ է, իսկ հիմքի շառավիղը՝ 6 սմ: Գտնք կոնի կողմնային մակերեսույթի մակերեսը:
206. Կոնի բարձրությունը 8 դմ է, հիմքի շառավիղը՝ 6 դմ: Գտնք կոնի կողմնային մակերեսույթի մակերեսը:
207. Կոնի կողմնային մակերեսույթի մակերեսը 135π սմ² է, հիմքի շառավիղը՝ 9 սմ: Գտնք կոնի բարձրությունը:
208. Կոնի բարձրությունը հավասար է հիմքի տրամագծին: Գտնք կոնի հիմքի մակերեսի հարաբերությունը կողմնային մակերեսույթի մակերեսին:

209. Ի՞նչ չափերով շրջանային սեկտորից կարելի է պատրաստել տոնական կոնաձև գլխարկ (նկ. 53), եթե դրա ծնորդը պետք է լինի 30 սմ, իսկ հիմքի շառավիղը՝ 8 սմ:



Նկար 53

210. Կոնի հիմքին ներգծված է կանոնավոր քառանկյուն, որի կողմը $8\sqrt{2}$ դմ է: Կոնի գագաթով և այդ քառանկյան կողմերից մեկով տարված է հարթություն և ստացված հատույթը կանոնավոր եռանկյուն է: Գտե՛ք կոնի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
211. Գտե՛ք 15 սմ բարձրությամբ և 8 սմ հիմքի շառավիղով կոնի կողմնային մակերևույթի և առանցքային հատույթի մակերեսների հարաբերությունը:
212. Գտե՛ք կոնի կողմնային մակերևույթի և հիմքի մակերեսների հարաբերությունը, եթե կոնի ծնորդը հիմքի հարթության հետ կազմում է 60° անկյուն:
213. Քանի՞ քառակուսի մետր թիթեղ է օգտագործվում 30 սմ տրամագծով և 35 սմ բարձրությամբ 1000 հակահրդեհային դույլ (նկ. 54) պատրաստելու համար, եթե հումքի 10%-ը ծախսվում է կարերի և թափոնների վրա:

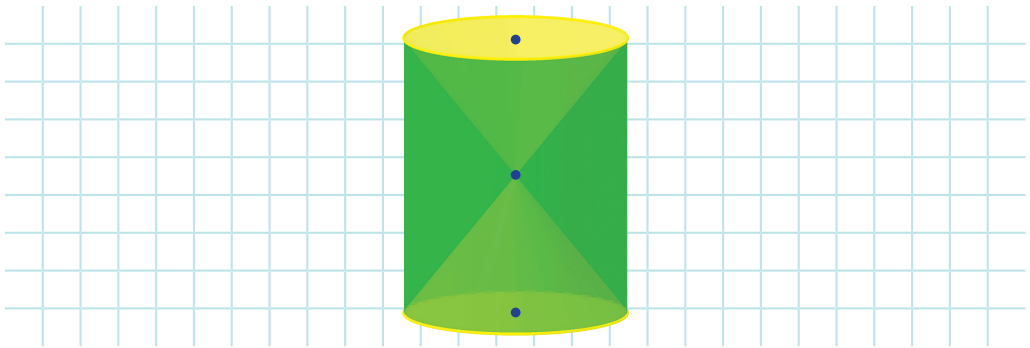


Նկար 54

214. Կոնի ծնորդը 30 սմ է, իսկ հիմքի շառավիղը՝ 16 սմ: Գտե՛ք կոնի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:
215. 18 սմ ծնորդով կոնի լրիվ մակերևույթի մակերեսը երեք անգամ

մեծ է դրա հիմքի մակերեսից: Գտե՛ք կոնի հիմքի շառավիղը:

- 216.** Կոնի առանցքային հատույթի մակերեսը $0,6 \text{ սմ}^2$ է, իսկ կոնի բարձրությունը՝ $1,2 \text{ սմ}$: Գտե՛ք կոնի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:
- 217.** Կոնի լրիվ մակերևույթի մակերեսը $1,5$ անգամ մեծ է կողմնային մակերևույթի մակերեսից: Գտե՛ք ծնորդի և հիմքի հարթության կազմած անկյունը:
- 218.** Կոնի հիմքի շրջանագծի 12 սմ երկարությամբ լարի հեռավորությունը կենտրոնից 8 սմ է, իսկ ծնորդը հիմքի հարթության հետ կազմում է 60° անկյուն: Գտե՛ք կոնի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:
- 219.** Գլանից, որի հիմքի շառավիղը 16 սմ է, բարձրությունը՝ 24 սմ , փորել հեռացրել են երկու կոն, որոնց հիմքերը համընկնում են գլանի հիմքերի հետ, իսկ բարձրությունները 12 սմ են (նկ. 55): Գտե՛ք ստացված մարմնի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:



Նկար 55

- 220.** Կոնի առանցքային հատույթի մակերեսը $36\sqrt{3} \text{ դմ}^2$ է, իսկ ծնորդը հիմքի հարթության հետ կազմում է 30° անկյուն: Գտե՛ք կոնի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:
- 221.** Կոնի առանցքային հատույթը հավասարասրուն ուղղանկյուն եռանկյուն է, որի էջը $6\sqrt{2} \text{ սմ}$ է: Գտե՛ք կոնի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:

§7. Գունդ

□ 14. Գունդ, գնդային մակերևույթ

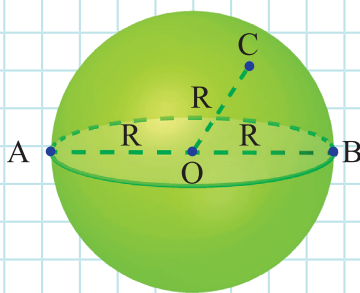
Գնդաձև, գնդային մակերևույթ հիշեցնող առարկաների մենք շատ հաճախ ենք հանդիպում մեր շրջապատում:

Մասնավորապես, մանկուց բոլորիս լավ ծանոթ գնդակը գնդային մակերևույթի լավ օրինակ է, եթե համարենք, որ դրա թաղանթը հաստություն չունի:

Մեր կերած մրգերից շատերը գնդաձև են, գնդաձև է Երկիրը, որի վրա մենք ապրում ենք, Արևը, որը լուսավորում ու ջերմացնում է մեզ, Լուսինը, որ լուսավորում է գիշերը:

Տեսնենք թե ինչպես են սահմանվում գնդային մակերևույթը և գունդը, դրանց տարրերը:

Սահմանում: Գնդային մակերևույթ կոչվում է տարածության բոլոր այն կետերի բազմությունը, որը կազմված է տրված կետից տվյալ հեռավորությունն ունեցող կետերից (նկ. 56):



Նկար 56

Տրված կետը կոչվում է **գնդային մակերևույթի կենտրոն**, տրված հեռավորությունը կոչվում է **գնդային մակերևույթի շառավիղ** (նկ. 56):

Գնդային մակերևույթի որևէ երկու կետ միացնող հատվածը, որն անցնում է գնդային մակերևույթի կենտրոնով, կոչվում է **գնդային մակերևույթի տրամագիծ** (նկ. 56):

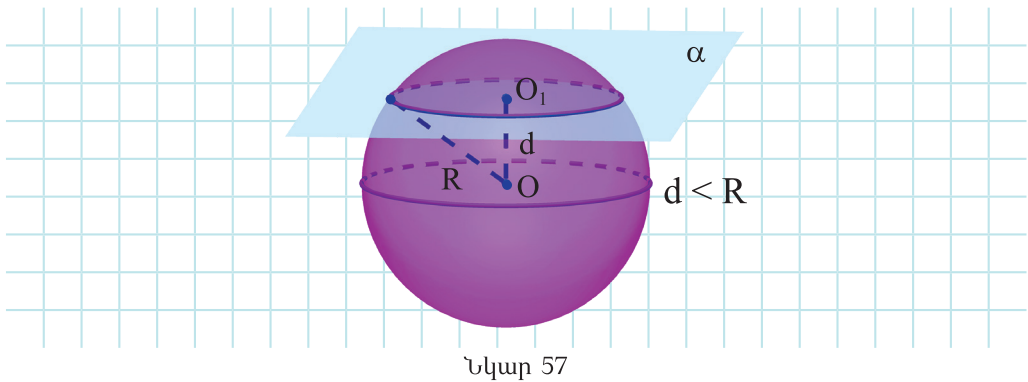
Գնդային մակերևույթով սահմանափակված մարմինը կոչվում է **գունդ** (նկ. 56):

Գնդային մակերևույթի կենտրոնը, շառավիղը, տրամագիծը համապատասխանաբար կոչվում են նաև **գնդի կենտրոն**, **շառավիղ**, **տրամագիծ**:

□ 15. Գնդային մակերևույթի և հարթության փոխադարձ դասավորությունը

Ներկայացնենք գնդային մակերևույթի և հարթության փոխադասավորության հնարավոր դեպքերը:

Թեորեմ: Եթե գնդային մակերևույթի կենտրոնի հեռավորությունը հարթությունից փոքր է գնդային մակերևույթի շառավղից, ապա հարթության և գնդային մակերևույթի հատումը շրջանագիծ է (նկ. 57):



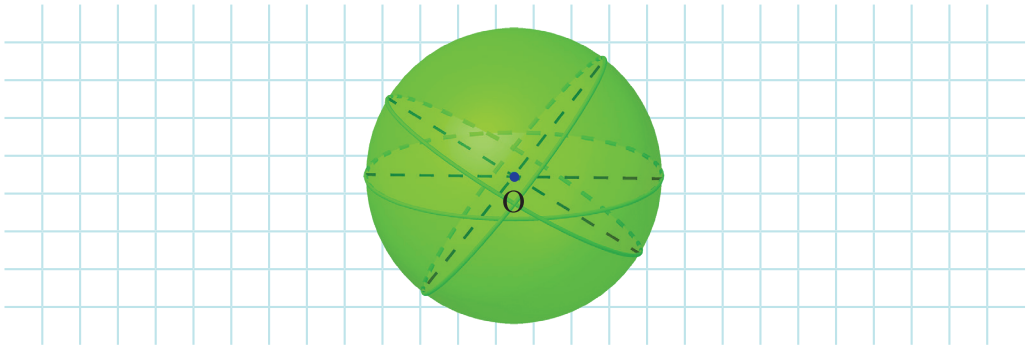
Նկար 57

Նկար 57-ում α հարթությունը հատել է գնդային մակերևույթը, և հատությունը առաջացել է O_1 կենտրոնով շրջանագիծը:

Եթե այդպիսի հարթությամբ հատենք գունդը, ապա հատությունը շրջանագծի փոխարեն կստացվի շրջան:

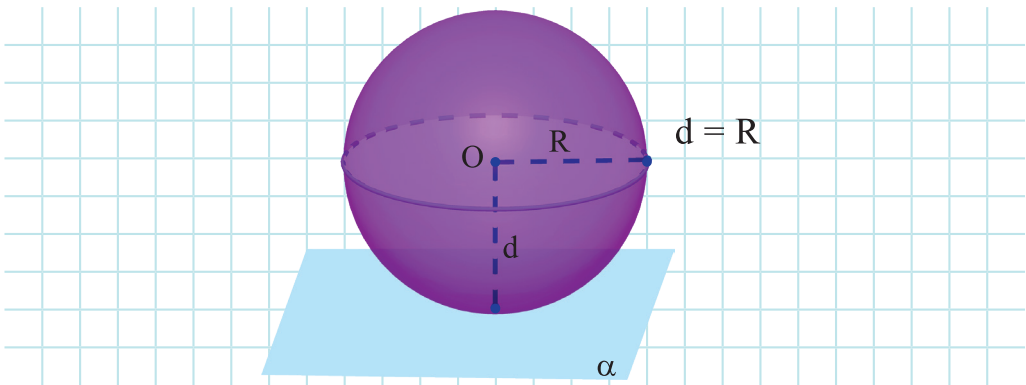
Թեորեմ: Եթե գնդային մակերևույթը հատված է դրա O կենտրոնով չանցնող հարթությամբ, ապա OO_1 -ը ուղղահայաց է հատության հարթությանը, որտեղ O_1 -ը հատությունը առաջացած շրջանագծի կենտրոնն է (նկ. 57):

Սահմանում: Շրջանը, որն առաջանում է գունդը դրա կենտրոնով անցնող հարթությամբ հատելով, կոչվում է գնդի մեծ շրջան (նկ. 58):



Նկար 58

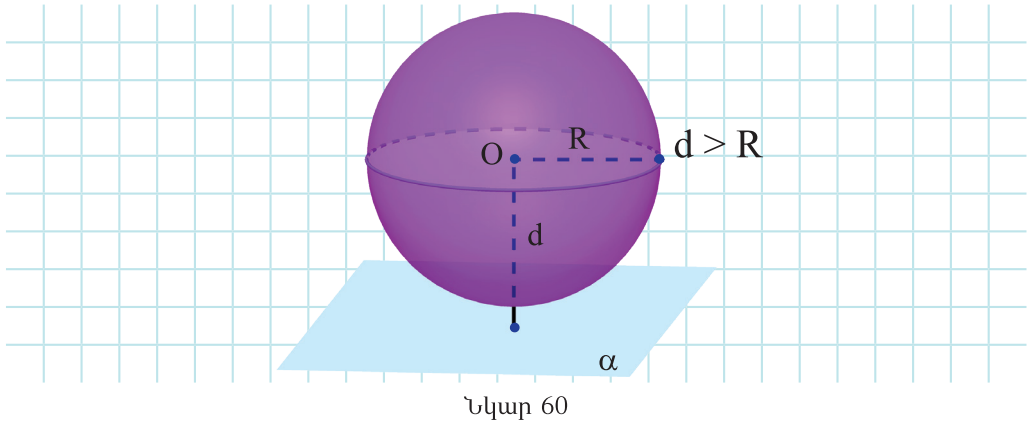
Թեորեմ: Եթե գնդային մակերևույթի կենտրոնի հեռավորությունը հարթությունից հավասար է գնդային մակերևույթի շառավղին, ապա հարթությունը և գնդային մակերևույթն ունեն մեկ ընդհանուր կետ (նկ. 59):



Նկար 59

Այդպիսի հարթությունը կոչվում է **գնդային մակերևույթի շոշափող**: Նկար 59-ում α հարթությունը գնդային մակերևույթի շոշափող է:

Թեորեմ: Եթե գնդային մակերևույթի կենտրոնի հեռավորությունը հարթությունից մեծ է գնդային մակերևույթի շառավղից, ապա հարթությունը և գնդային մակերևույթը չունեն ընդհանուր կետ (նկ. 60):



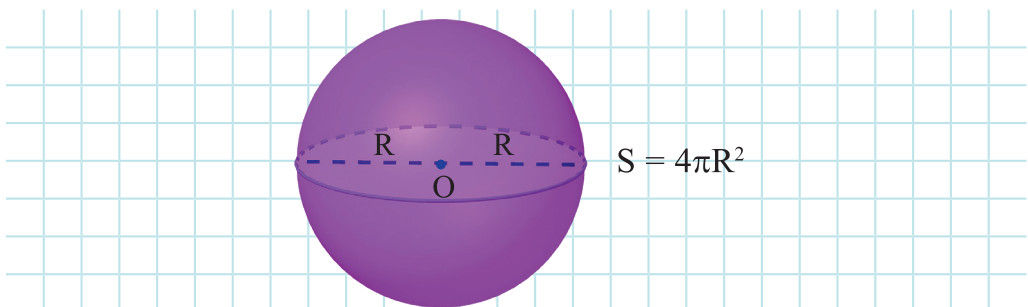
Նկար 60-ում α հարթությունը և գնդային մակերևույթը ընդհանուր կետ չունեն:

□ 16. Գնդային մակերևույթի մակերեսը

Գնդային մակերևույթը, ի տարբերություն գլանային կամ կոնական մակերևույթի, հնարավոր չէ փոել հարթության վրա: Այդ պատճառով հնարավոր չէ գնդային մակերևույթի մակերեսը սահմանել կամ հաշվել դրա փոկածքի միջոցով:

Այս անհարմարությունը հնարավոր է լինում շրջանցել մաթեմատիկական անալիզի մեթոդների օգնությամբ և պարզվում է, որ.

Թեորեմ: R շառավղով գնդային մակերևույթի մակերեսը՝
 $S = 4\pi R^2$ (նկ. 61):



Ինտերակտիվ մոդել

Գնդային մակերևույթի և հարթության փոխդասավորությունը

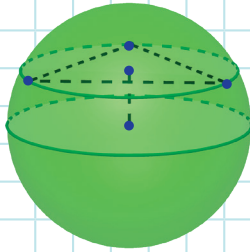


Հարցեր և խնդիրներ

222. Հետևյալ պատկերներից որի պտույտի արդյունքում կարելի է ստանալ գնդային մակերևույթ. ա) եռանկյուն, բ) կիսաշրջանագիծ, գ) կիսաշրջան, դ) շրջանագիծ: Նշեք նաև այն առանցքը, որի շուրջը պետք է պտտել այդ պատկերը:
223. Հետևյալ պատկերներից որի պտույտի արդյունքում կարելի է ստանալ գունդ. ա) եռանկյուն, բ) կիսաշրջանագիծ, գ) կիսաշրջան, դ) շրջանագիծ: Նշեք այն առանցքը, որի շուրջը պետք է պտտել այդ պատկերը:
224. Կարո՞ղ է գնդային մակերևույթի որևէ կետի հեռավորությունը դրա կենտրոնից փոքր լինել գնդային մակերևույթի շառավղից:
225. Կարո՞ղ է գնդի որևէ կետի հեռավորությունը դրա կենտրոնից փոքր լինել գնդի շառավղից:
226. Ի՞նչ պատկեր է ստացվում գունդը հարթությամբ հատելիս: Իսկ գնդային մակերևույթը:
227. Գնդի մեծ շրջանի մակերեսը 64 սմ^2 է: Գտե՛ք գնդի շառավիղը:
228. Գտե՛ք 10 դմ շառավղով գնդի մակերևույթի և դրա մեծ շրջանի մակերեսների հարաբերությունը: Կփոխվե՞ր այդ հարաբերությունը, եթե գնդի շառավիղը լիներ $(7\sqrt{39} + \sqrt{2})$ դմ:
229. Գծե՛ք գնդային մակերևույթի և հարթության հատույթ, որը չի անցնում գնդային մակերևույթի կենտրոնով: Տարե՛ք գնդային մակերևույթի այն տրամագիծը, որն ուղղահայաց է հատող հարթությանը:
230. Ինչպիսի՞ն է 27 սմ շառավղով գնդային մակերևույթի և հարթության փոխդասավորությունը, եթե հարթության հեռավորությունը գնդային մակերևույթի կենտրոնից ա) 10 սմ է, բ) 30 սմ է, գ) 27 սմ է:
231. Կարո՞ղ են գնդային մակերևույթը և հարթությունն ունենալ՝ ա) միայն մեկ ընդհանուր կետ, բ) միայն երկու ընդհանուր կետ, գ) միայն տասը ընդհանուր կետ:
232. Հարթության հեռավորությունը 25 դմ շառավղով գնդային մակերևույթի կենտրոնից 20 դմ է: Գտե՛ք հատույթի շառավիղը:
233. Գնդի կենտրոնի հեռավորությունը հատող հարթությունից 3 սմ է, հատույթի մակերեսը՝ $16\pi \text{ սմ}^2$: Գտե՛ք գնդի շառավիղը:

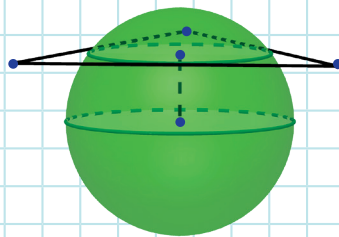
234. Գնդի մեծ շրջանի մակերեսը 49π դմ²: Հատող հարթության հեռավորությունը գնդի կենտրոնից 1 դմ է: Գտնք հատույթի մակերեսը:
235. Գնդի կենտրոնից՝ դրա շառավղի $\frac{3}{5}$ մասին հավասար հեռավորության վրա տարված հարթությամբ հատույթի շառավիղը 16 սմ է: Գտնք գնդի շառավիղը:
236. Հարթության հեռավորությունը 30 սմ շառավղով գնդի կենտրոնից 24 սմ է: Գտնք այն կոնի կողմնային մակերևույթի մակերեսը, որի գագաթը գնդի կենտրոնն է, իսկ հիմքը՝ հատույթում առաջացած շրջանը:
237. 40 սմ շառավղով գունդը հատել են զուգահեռ հարթություններով, որոնցից ամեն մեկի հեռավորությունը գնդի կենտրոնից 32 սմ է: Գտնք այն գլանի կողմնային մակերևույթի մակերեսը, որի հիմքերը հատույթներում առաջացած շրջաններն են:
238. Գնդաձև արծաթյա զարդերից մեկի շառավիղը երեք անգամ մեծ է մյուսի շառավղից: Դրանցից որի՞ ոսկեջրման համար ավելի շատ ոսկի կծախսվի և քանի՞ անգամ:
239. Երկիրը համարելով որպես 6371 կմ շառավղով գունդ՝ գտնք ցամաքի մակերեսը, եթե ցամաքը ամբողջ մակերևույթի մակերեսի 29%-ն է: Երկրի ցամաքի քանի՞ տոկոսն է Հայաստանի Հանրապետության տարածքը՝ 29743 կմ²:
240. Արևը և Երկիրը համարելով գնդեր՝ գտնք դրանց մակերևույթների մակերեսների հարաբերությունը, եթե Երկրի շառավիղը 6371 կմ է, իսկ Արևի շառավիղը՝ 696340 կմ:
241. Պատկերացրեք գնդաձև մոլորակ, որի մակերևույթի մակերեսի 71%-ը ջուր է, ինչպես Երկիր մոլորակի դեպքում է, իսկ ցամաքում կա միայն մեկ երկիր՝ Հայաստանի Հանրապետությունը: Գտնք այդպիսի մոլորակի շառավիղը:
242. Համեմատեք R հիմքի շառավղով և 2R բարձրությամբ կոնի լրիվ մակերևույթի և R շառավղով գնդի մակերևույթի մակերեսները:
243. R հիմքի շառավղով և H բարձրությամբ գլանի լրիվ մակերևույթի մակերեսը հավասար է R շառավղով գնդի մակերևույթի մակերեսին: H-ն արտահայտեք R-ով:
244. $6\sqrt{3}$ սմ կողմով հավասարակողմ եռանկյան գագաթները 10 սմ շառավղով գնդային մակերևույթի վրա են (սկ. 62): Գտնք եռանկյան

հարթությամբ գնդային մակերևույթի հատույթի շառավիղը և հատող հարթության հեռավորությունը գնդային մակերևույթի կենտրոնից:



Նկար 62

245. $8\sqrt{3}$ սմ կողմով հավասարակողմ եռանկյան կողմերը շոշափում են 10 սմ շառավղով գնդային մակերևույթը (նկ. 63): Գտե՛ք եռանկյան հարթությամբ գնդային մակերևույթի հատույթի շառավիղը և հատող հարթության հեռավորությունը գնդային մակերևույթի կենտրոնից:



Նկար 63

246. Գլանից, որի հիմքի շառավիղը 12 սմ է, բարձրությունը՝ 40 սմ, փորել հեռացրել են երկու կիսագունդ, որոնց մեծ շրջանները համընկնում են գլանի հիմքերի հետ (նկ. 64): Գտե՛ք ստացված մարմնի լրիվ մակերևույթի մակերեսը:



Նկար 64

247. 24 սմ կողմով քառակուսու կողմերը շոշափում են գնդային մակերևույթը: Գտնք քառակուսու հարթությամբ գնդային մակերևույթի հատույթի շառավիղը և գնդային մակերևույթի մակերեսը, եթե հատող հարթության հեռավորությունը գնդային մակերևույթի կենտրոնից 16 սմ է:
248. $8\sqrt{2}$ դմ կողմով քառակուսու գագաթները գնդային մակերևույթի վրա են: Գտնք քառակուսու հարթությամբ գնդային մակերևույթի հատույթի շառավիղը և գնդային մակերևույթի մակերեսը, եթե հատող հարթության հեռավորությունը գնդային մակերևույթի կենտրոնից 6 դմ է:



Խմբային աշխատանք

Դասարանի աշակերտներին բաժանեք երկու խմբի: Խմբով թող քննարկեն հետևյալ հարցը և ներկայացնեն իրենց տեսակետները.

Ինչ նմանություններ և տարբերություններ եք տեսնում շրջանագծի ու ուղղի հնարավոր փոխդասավորության և հարթության ու գնդային մակերևույթի հնարավոր փոխդասավորության դեպքերի, դրանց հատվելու դեպքում առաջացած պատկերների միջև:

Նախագծային աշխատանք 1

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄԻՈՒՆԵՐ, ՈՐՈՒՔ ՀԱՆԳԵՑՐԵԼ ԵՆ ԱՂԵՏՆԵՐԻ

Աշխատանքի իրականացումը ենթադրում է հետևյալ փուլերը.

- տեղեկատվության որոնում,
 - ուսումնասիրում,
 - դասակարգում, համակարգում,
 - արդյունքների ներկայացում:
- Կատարման ժամկետը՝ 2-3 շաբաթ:

Նախագծային աշխատանք 2

ՊՏՏԱԿԱՆ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐ

Աշխատանքի իրականացումը ենթադրում է հետևյալ փուլերը.

- անհրաժեշտ նկարների ստեղծում կամ որոնում,
 - սահիկաշարի ստեղծում,
 - ֆինանսավորման աղբյուրի որոնում,
 - արդյունքների ներկայացում:
- Կատարման ժամկետը՝ 2-3 շաբաթ:

Ուսումնասիրելով այս գլուխը՝

- Վերհիշեցիք շրջանագծի, դրա α° աղեղի երկարության բանաձևերը: Ամրապնդեցիք խնդիրներ լուծելիս դրանք կիրառելու հմտությունները:
- Վերհիշեցիք շրջանի, դրա α° աղեղով սեկտորի մակերեսների բանաձևերը: Ամրապնդեցիք խնդիրներ լուծելիս դրանք կիրառելու հմտությունները:
- Սովորեցիք գլանի և դրա տարրերի սահմանումները: Լուծեք դրանց հետ կապված խնդիրներ:
- Իմացաք՝ ինչն է կոչվում գլանի կողմնային մակերևույթի մակերես և ինչը՝ լրիվ մակերևույթի մակերես: Սովորեցիք գլանի կողմնային և լրիվ մակերևույթների մակերեսների բանաձևերը: Կիրառեցիք այդ բանաձևերը խնդիրներ լուծելիս:
- Սովորեցիք կոնի և դրա տարրերի սահմանումները: Լուծեցիք դրանց հետ կապված խնդիրներ:
- Իմացաք՝ ինչն է կոչվում կոնի կողմնային մակերևույթի մակերես և ինչը՝ լրիվ մակերևույթի մակերես: Սովորեցիք կոնի կողմնային և լրիվ մակերևույթների մակերեսների բանաձևերը: Կիրառեցիք այդ բանաձևերը խնդիրներ լուծելիս:
- Սովորեցիք գնդային մակերևույթի, դրա տարրերի, գնդի սահմանումները:
- Իմացաք գնդային մակերևույթի և հարթության փոխադարձ դասավորության հնարավոր դեպքերը:
- Սովորեցիք գնդային մակերևույթի մակերեսի բանաձևը: Կիրառեցիք այն խնդիրներ լուծելիս:



ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ, ՑՈՒՑՈՒՄՆԵՐ

ԳԼՈՒԽ I

2. 48 սմ²:
3. 48 սմ²:
4. 144 սմ²:
5. 8 դմ:
6. 40 սմ:
7. 60 սմ²: Ցուցում: Քառակուսին անկյունագծերով բաժանվում է չորս հավասար եռանկյունների:
8. 90 սմ²:
9. 320 սմ²:
10. 40 դմ:
11. 40 սմ²:
12. 8,5 հա:
13. 16 հա:
14. 66 հա:
15. 135:
16. 120 սմ²:
17. 8 սմ:
18. 7,2 դմ:
19. 44 սմ²: Ցուցում: Տարեք զուգահեռագծի բարձրություններից մեկը և օգտվեք ուղղանկյուն եռանկյան 30°-ի դիմացի էջի հատկությունից:
20. 63 սմ²: Ցուցում: Զուգահեռագծի տրված անկյունագծի ծայրակետից տրված կողմին տարեք բարձրություն և օգտվեք 30°-ի դիմացի էջի հատկությունից:
21. $30\sqrt{3}$ սմ²: Ցուցում: B գագաթից AD կողմին տարեք բարձրություն, ապա օգտվեք ուղղանկյուն եռանկյան սուր անկյան սինուսի սահ-

մանումից ու զուգահեռագծի հանդիպակաց կողմերի հավասարությունից:

22. 4 դմ:
23. 162 սմ²:
24. 63 սմ²:
25. 84 դմ²:
26. 6 սմ:
27. 18 սմ:
28. 54 սմ²: Ցուցում: Ենթադրենք՝ $ABCD$ հավասարասրուն սեղանում $BC = 7$ սմ, $AD = 11$ սմ: B գագաթից տարեք BK բարձրությունը, գտեք AK -ն, ապա, օգտվելով ուղղանկյուն եռանկյան սուր անկյան տանգենսի սահմանումից, գտեք BK -ն:
29. 44 սմ²:
30. 8 մմ:
31. 54 մ²:
32. 9 սմ, 18 սմ:
33. 5մ:
34. 54 սմ²: Ցուցում: Օգտվելով Պյութագորասի թեորեմից՝ գտեք եռանկյան մյուս էջը:
35. 10 դմ:
36. 48 սմ²: Ցուցում: 16 սմ երկարությամբ կողմին տարեք բարձրություն, օգտվելով Պյութագորասի թեորեմից, գտեք այդ բարձրությունը:
37. 13 դմ:
38. $2\sqrt{66}$ սմ²: Ցուցում: Օգտվեք Հերոնի բանաձևից:
39. $6\sqrt{35}$ սմ²:
40. 10 սմ: Ցուցում: Եռանկյան փոքր կողմը նշանակեք $10x$ -ով, մյուս կողմերը կլինեն $21x$ և $17x$: Օգտվեք Հերոնի բանաձևից:
41. $\frac{49\sqrt{3}}{4}$ սմ²: Ցուցում: Օգտվեք հավասարակողմ եռանկյան մակերեսի բանաձևից:

42. 6 սմ:
44. $4\sqrt{3}$ սմ: Ցուցում: Օգտվելով հավասարակողմ եռանկյան մակերեսի բանաձևից՝ գտեք եռանկյան կողմը, ապա օգտվեք Պյութագորասի թեորեմից:
46. $\frac{3}{4}$: Ցուցում: Եռանկյան կողմերը նշանակեք $2a$ -ով, $2b$ -ով և $2c$ -ով: Հեռացված եռանկյան կողմերը կլինեն a , b , c : Օգտվելով Հերոնի բանաձևից՝ ցույց տվեք, որ հեռացված եռանկյան մակերեսը տրված եռանկյան մակերեսի $\frac{1}{4}$ է: Կամ կարող եք օգտվել եռանկյան մակերեսի $S = \frac{1}{2}ab \sin \alpha$ բանաձևից, կամ էլ նման եռանկյունների մակերեսների հարաբերության մասին թեորեմից:
47. 112 սմ: Ցուցում: Նախ գտեք հեռացված եռանկյուններից մեկի մակերեսը, ապա ուղղանկյուն եռանկյան մակերեսի բանաձևով գտեք x -ը: y -ը գտնելու համար օգտվեք Պյութագորասի թեորեմից:
48. 80:
50. Ոչ:
51. Այո:
52. Ոչ:
53. ա) այո, բ) այո, գ) այո:
54. ա) այո, բ) այո, գ) այո:
55. ա) ոչ, բ) այո, գ) ոչ, ե) այո:
57. $\frac{\sqrt{3}}{4}a$: Ցուցում: Օգտվեք հավասարակողմ եռանկյան և ուղղանկյան մակերեսների բանաձևերից:
58. 8 սմ: Ցուցում: Կանոնավոր քառանկյուն պրիզման ուղղանկյունանիստ է, որի հիմքը քառակուսի է: Օգտվեք $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$ բանաձևից:
59. 45° : Ցուցում: Օգտվելով Պյութագորասի թեորեմից՝ ցույց տվեք, որ պրիզմայի հիմքի անկյունագիծը հավասար է կողմնային կողին:
60. 9 սմ:
61. $4\sqrt{2}$ սմ: Ցուցում: Կանոնավոր քառանկյուն պրիզման ուղղանկյունանիստ է, որի հիմքը քառակուսի է: Օգտվեք $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$ բանաձևից:

62. 60° : Ցուցում: Պյութագորասի թեորեմով գտեք պրիզմայի հիմքի անկյունագիծը, ապա պրիզմայի անկյունագծի և հիմքի հարթության կազմած անկյան տանգենսը:
63. 10 սմ:
64. 200 դմ^2 :
65. 5 սմ: Ցուցում: Գտեք շեղանկյան անկյունագծերը, ապա օգտվեք շեղանկյան անկյունագծերի հատկություններից և Պյութագորասի թեորեմից:
66. 21 սմ: Ցուցում: Գտեք հավասարասրուն սեղանի անկյունագիծը, ապա օգտվեք Պյութագորասի թեորեմից:
67. 120 սմ^2 :
68. 216 դմ^2 :
69. 5 սմ:
70. 256 դմ^2 :
71. 9 սմ:
72. $\frac{5}{3}$: Ցուցում: Պետք է նկատել, որ կողմնային մակերևույթի մակերեսը ավելացել է մեծ անկյունագծային հատույթի մակերեսի կրկնապատիկով:
73. 288 սմ^2 :
74. 7 դմ:
75. 150 գ:
76. 352 սմ^2 :
77. 1550 սմ^2 :
78. 124 դմ^2 :
79. 70 սմ^2 : Ցուցում: Պյութագորասի թեորեմով գտեք հիմքի անկյունագիծը, ապա ուղղանկյունանիստի բարձրությունը:
80. 72 սմ^2 : Ցուցում: Օգտվելով $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$ բանաձևից՝ գտեք ուղղանկյունանիստի չափումները:
81. 247 սմ^2 : Ցուցում: Օգտվելով $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$ բանաձևից՝ գտեք ուղղանկյունանիստի չափումները:

82. $\frac{280\sqrt{3}}{3}$ դմ²:
83. 20 սմ²: Ցուցում: Քանի որ անկյունագծային հատույթների մակերեսների հարաբերությունը հավասար է հիմքի անկյունագծերի հարաբերությանը, ապա, հիմքի փոքր անկյունագիծը նշանակելով $6x$ -ով, մեծ անկյունագծի համար կունենանք՝ $8x$: Շեղանկյան կողմը, ապա ուղղանկյունանիստի կողմնային մակերևույթի մակերեսը արտահայտեք x -ով ու օգտվեք նրանից, որ $6x \cdot H = 6$ սմ²:
84. 384 սմ²: Ցուցում: Օգտվելով Հերոնի բանաձևից՝ գտեք հիմքի մակերեսը, հետո գտեք հիմքի փոքր բարձրությունը:
85. 5 սմ: Ցուցում: Հիմքի կողմերը նշանակելով a -ով, b -ով, c -ով, իսկ պրիզմայի կողմնային կողը՝ H -ով՝ կունենանք. $2(a + H) = 36$, $2(b + H) = 50$, $2(c + H) = 52$: Այս հավասարումներից $a + b + c$ -ն արտահայտեք H -ով ու տեղադրեք կողմնային մակերևույթի մակերեսի բանաձևի մեջ:
86. $18\sqrt{6}$ սմ²: Ցուցում: Որևէ գագաթից տարեք պրիզմայի անկյունագիծ, ապա նույն գագաթից կողմնային նիստի անկյունագիծ: Միացնելով պրիզմայի մյուս հիմքին պատկանող դրանց ծայրակետերը՝ կստանաք ուղղանկյուն եռանկյուն, որի երրորդ կողմը հիմքի քառակուսու կողմն է:
87. 18 դմ²: Ցուցում: Նկատենք, որ մեծ անկյունագծային հատույթը $2a$ և H կողմերով ուղղանկյուն է, որտեղ a -ն վեցանկյան կողմն է, իսկ H -ը՝ պրիզմայի բարձրությունը:
88. $128\sqrt{3}$ սմ²: Ցուցում: Հաշվի առեք, որ 60° անկյունով շեղանկյան կողմը հավասար է փոքր անկյունագծին:
89. 188 դմ²: Ցուցում: Հիմքի մակերեսը գտնելու համար տարեք հիմքի բարձրությունը և օգտվեք 30° անկյան դիմացի էջի հատկությունից:
90. 2 սմ:
91. 396 սմ²: Ցուցում: Պյուրագորասի թեորեմով գտեք հիմքի ներքնաձիգը, ապա նորից կիրառելով Պյուրագորասի թեորեմը՝ գտեք պրիզմայի բարձրությունը:
92. $12 + 2\sqrt{6}$ սմ²: Ցուցում: Որևէ գագաթից տարեք պրիզմայի անկյունագիծ, ապա նույն գագաթից կողմնային նիստի անկյունագիծ: Միացնելով պրիզմայի մյուս հիմքին պատկանող դրանց ծայրակետերը՝ կստանաք ուղղանկյուն եռանկյուն, որի երրորդ կողմը հիմքի քառակուսու կողմն է:
93. $(192 + 32\sqrt{6})$ սմ²:

94. 906 սմ²: Ցուցում: Գտեք սեղանի բարձրությունը, ապա անկյունագիծը: Սեղանի անկյունագիծը իմանալով՝ կարող եք գտնել պրիզմայի բարձրությունը:
95. 12 սմ: Ցուցում: Բուրգի հիմքի կենտրոնը և բուրգի գագաթը միացրեք հիմքի նույն կողմի միջակետին: Ստացված ուղղանկյուն եռանկյունում օգտվեք 30° անկյան դիմացի էջի հատկությունից:
96. 2 դմ: Ցուցում: Օգտվելով $r = R \cdot \cos \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 3$) բանաձևից՝ գտեք հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղը: Շարունակությունը այնպես, ինչպես 95 խնդիրը լուծելիս:
97. 16 սմ, 16 սմ: Ցուցում: Հարթագիծը գտեք այնպես, ինչպես 95 խնդիրը լուծելիս, իսկ հիմքի կողմը գտնելու համար օգտվեք $a_n = 2r \cdot \tg \frac{180^\circ}{n}$ բանաձևից ($n = 4$):
98. $12\sqrt{2}$ սմ: Ցուցում: Բուրգի հիմքի կենտրոնը և բուրգի գագաթը միացրեք հիմքի նույն կողմի միջակետին: Ստացված ուղղանկյուն եռանկյունուց գտեք հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղը: Հետո օգտվելով $a_n = 2r \cdot \tg \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 4$) բանաձևից՝ գտեք հիմքի կողմը:
99. $4\sqrt{3}$ դմ, $2\sqrt{13}$ դմ: Ցուցում: Բուրգի հիմքի կենտրոնը միացրեք բուրգի գագաթին և հիմքի գագաթներից մեկին: Ստացված ուղղանկյուն եռանկյունուց գտեք հիմքին արտագծած շրջանագծի շառավիղը: Հետո օգտվելով $a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 3$) բանաձևից՝ գտեք հիմքի կողմը: Հարթագիծը գտնելու համար օգտվեք Պյութագորասի թեորեմից:
100. 4 սմ, $2\sqrt{3}$ սմ: Ցուցում: Բուրգի հիմքի կենտրոնը միացրեք բուրգի գագաթին և հիմքի գագաթներից մեկին: Ստացված ուղղանկյուն եռանկյունուց գտեք հիմքին արտագծած շրջանագծի շառավիղը: Հետո օգտվելով $a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 4$) բանաձևից՝ գտեք հիմքի կողմը: Հարթագիծը գտնելու համար օգտվեք Պյութագորասի թեորեմից:
101. 8 դմ: Ցուցում: Օգտվելով $a_n = 2r \cdot \tg \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 6$) բանաձևից՝ գտեք հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղը: Հետո տարեք բուրգի բարձրությունն ու հարթագծերից մեկը, միացրեք դրանց հիմքերը: Ստաց-

ված ուղղանկյուն եռանկյունուց Պյութագորասի թեորեմով գտեք հարթագիծը:

102. 10 սմ, $4\sqrt{3}$ սմ:

103. 12 սմ: Ցուցում: Օգտվելով $a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 6$) բանաձևից՝ գտեք հիմքի կողմը, ապա, օգտվելով Պյութագորասի թեորեմից, գտեք հարթագիծը:

104. $75\sqrt{3}$ սմ²: Ցուցում: Քանի որ նիստերը կանոնավոր եռանկյուններ են, ապա օգտվեք հավասարակողմ եռանկյան մակերեսի բանաձևից:

105. 73 սմ²: Ցուցում: Քանի որ նիստերը ուղղանկյուն եռանկյուններ են, ապա առանձին-առանձին գտեք դրանց մակերեսները:

106. ≈ 88960 սմ²:

107. $\approx 109,2$ սմ²:

108. $144\sqrt{3}$ սմ²: Ցուցում: Քանի որ նիստերը կանոնավոր եռանկյուններ են, ապա օգտվեք հավասարակողմ եռանկյան մակերեսի բանաձևից:

109. ≈ 141860 սմ²:

110. $(576 + 216\sqrt{3})$ սմ²:

111. $81\sqrt{7}$ դմ²: Ցուցում: Նախ գտեք բուրգի հիմքի կողմը և հարթագիծը (տե՛ս 99 խնդրի ցուցումը):

112. $\frac{75}{2}\sqrt{15}$ սմ²:

113. 2592 դմ²: Ցուցում: Նախ գտեք բուրգի հարթագիծն ու հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղը: Հիմքի կողմը գտնելու համար օգտվեք $a_n = 2r \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 3$) բանաձևից:

114. $\sqrt{15}$ սմ: Ցուցում: Նախ գտեք բուրգի հարթագիծը, ապա Պյութագորասի թեորեմով գտեք կողմնային կողը:

115. $16\sqrt{3}$ դմ²: Ցուցում: Քանի որ բուրգի գագաթի հարթ անկյունը 60° է, իսկ բուրգը կանոնավոր է, ապա կողմնային կողերը հավասար են հիմքի կողմին:

116. 147 սմ²: Ցուցում: Խնդրի տվյալներից հետևում է, որ բուրգի կողմնային նիստերը հավասարասրուն ուղղանկյուն եռանկյուններ են: Պետք է գտնել իրար հավասար այդ 3 եռանկյունների մակերեսների գումարը:

117. $192(\sqrt{6} + \sqrt{3})$ սմ²: Ցուցում: Նախ գտեք բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերեսը (տե՛ս 113 խնդրի ցուցումը):
118. 162 սմ²: Ցուցում: Նախ $a_n = 2r \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 3$) բանաձևով գտեք բուրգի հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղը: Հետո գտեք բուրգի հարթագիծը:
119. 4 սմ: Ցուցում: Նախ գտեք բուրգի հիմքի մակերեսը, ապա հիմքի կողմը: Հետո գտեք բուրգի հարթագիծն ու հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղը:
120. 300 սմ²:
121. 36 սմ²: Ցուցում: Հավասարեցնելով անկյունագծային հատույթի և հիմքի մակերեսները՝ գտեք բուրգի բարձրությունը: Ապա $a_n = 2r \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 4$) բանաձևով գտեք բուրգի հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղը:
122. 2592 դմ²: Ցուցում: Նախ $a_n = 2r \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 4$) բանաձևով գտեք բուրգի հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղը, ապա բուրգի հարթագիծը:
123. $\left(256 + \frac{512\sqrt{3}}{3}\right)$ սմ²:
124. $8\sqrt{7}$ սմ²: Ցուցում: Նախ գտեք բուրգի հիմքին արտագծած շրջանագծի շառավիղը, ապա $a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 4$) բանաձևով գտեք հիմքի կողմը:
125. 432 սմ²: Ցուցում: Նախ գտեք բուրգի հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղը, հետո գտեք հիմքի կողմը:
126. $400(1 + \sqrt{2})$ սմ²: Ցուցում: Նախ գտեք բուրգի հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղն ու հարթագիծը: Հետո գտեք հիմքի կողմը:
127. 192 դմ²: Ցուցում: Նախ $a_n = 2r \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 6$) բանաձևով գտեք բուրգի հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղը: Հետո գտեք բուրգի հարթագիծը:
128. $120\sqrt{3}$ սմ²: Ցուցում: Նախ գտեք բուրգի հարթագիծը: Հետո

$a_n = 2r \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 6$) բանաձևով գտեք բուրգի հիմքի կողմը:

129. 36 սմ^2 : Ցուցում: Նախ $a_n = 2r \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 6$) բանաձևով գտեք բուրգի հիմքի կողմը: Հետո գտեք բուրգի հարթագիծը:

130. $4\sqrt{3} \text{ սմ}^2$: Ցուցում: Նախ գտեք բուրգի հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղը: Հետո $a_n = 2r \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 6$) բանաձևով գտեք բուրգի հիմքի կողմը:

ԳԼՈՒԽ II

131. 10π սմ:

132. π :

133. 2:

134. ≈ 40022 կմ:

135. 4 սմ:

136. 5π սմ: Ցուցում: Օգտվեք շրջանագծի աղեղի երկարության $l = \frac{\pi R}{180} \cdot \alpha$ բանաձևից:

137. 4π դմ:

138. 6 սմ:

139. $\approx 76,4$ սմ:

140. 8 մարդ:

141. ≈ 1 մ:

142. $\approx 33,3$ սմ:

143. 2π սմ:

144. $\approx 115,13$ սմ:

145. $\approx 195,8$ մ:

146. ≈ 10 սմ:

147. $\approx 28,65^\circ$:

148. ≈ 30 կմ/վ:

149. 16π սմ²:
150. 3 սմ:
151. 9:
152. 25π սմ²:
153. 69%-ով:
154. 6π դմ²:
155. 27π սմ²:
156. 28π սմ²:
157. 18:
158. $\approx 97,32$ կմ, $\approx 958,83$ կմ:
159. $\approx 43,71$ մ:
160. $\frac{\sqrt{2}}{2}R$: Ցուցում: Նկատենք, որ մասերից մեկը շրջանի մեջ ընկած շրջանագծով եզերված շրջանն է:
161. $\approx 521,5$ մ²:
162. 36π սմ²: Ցուցում: Շրջանագծի շառավիղը գտնելու համար օգտվեք
$$a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n} \quad (n = 4)$$
 բանաձևից:
163. 4:
164. 20 սմ:
165. Մեկ մեծը:
166. Ցուցում: Օգտվեք շրջանի մակերեսի բանաձևից և Պյութագորասի թեորեմից:
167. $\frac{15}{\pi} \approx 4,77$ սմ:
168. 96 սմ²:
169. $12,25\pi$ սմ²:
170. $8\sqrt{2}$ դմ, $4\sqrt{2}$ դմ:
171. 80 սմ²:
172. 20 սմ:

173. 6 սմ:
174. Հավասար են:
175. 432π սմ²:
176. ա) 12 դմ, բ) 36π դմ²:
177. 56π սմ²:
178. π :
179. 4 սմ:
180. $\approx 4,71$ մ²:
181. 90π դմ²:
182. π^2 մ²:
183. 312π սմ²:
184. 2:
185. 320π սմ²:
186. 1920 սմ²:
187. 100 սմ²: Ցուցում: Նախ գտեք գլանի հիմքի մակերեսը, ապա հիմքի շառավիղը: Իմանալով գլանի հիմքի շառավիղը և կողմնային մակերևույթի մակերեսը՝ կարող եք գտնել գլանի բարձրությունը:
188. ≈ 3490 մ²:
189. Երկրորդ: Ցուցում: Համեմատեք այդ դետալների լրիվ մակերևույթների մակերեսները:
190. ≈ 183 կգ:
191. 120 դմ²: Ցուցում: Եթե գլանի հիմքի շառավիղը նշանակենք R -ով, իսկ բարձրությունը՝ H -ով, ապա կունենանք.

$$H = R + 4, \quad 2\pi RH + 2\pi R^2 = 192\pi :$$

192. 6 սմ, 18 սմ:
193. 168 սմ²:
194. $5\sqrt{5}$ սմ, $5\sqrt{5}$ սմ:
195. 17 սմ:

196. 20 սմ, $10\sqrt{2}$ սմ:
197. 80 սմ^2 :
198. $25\pi \text{ սմ}^2$:
199. 120 սմ^2 :
200. $144\pi \text{ սմ}^2$: Ցուցում: Կոնի ծնորդի ծայրակետերը միացրեք հիմքի կենտրոնին: Ստացված ուղղանկյուն եռանկյունում օգտվեք 30° դիմացի էջի հատկությունից:
201. 10 դմ:
202. 60 սմ^2 :
203. 18 սմ, 18 սմ:
204. $\frac{1}{2}$:
205. $90\pi \text{ սմ}^2$:
206. $60\pi \text{ դմ}^2$:
207. 12 սմ:
208. $\frac{\sqrt{5}}{5}$:
209. 30 սմ շառավղով և 96° աղեղով սեկտորից: Ցուցում: Կոնի հիմքի շրջանագծի երկարությունը հավասար է կոնական մակերևույթի փովածք սեկտորի աղեղի երկարությանը:
210. $64\sqrt{2}\pi \text{ դմ}^2$: Ցուցում: Քանի որ հատույթը կանոնավոր եռանկյուն է, ապա կոնի ծնորդը հավասար է հիմքին ներգծած քառակուսու կողմին: Կոնի հիմքի շառավիղը գտնելու համար օգտվեք $a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 4$) բանաձևից:
211. $\frac{17\pi}{15}$:
212. 2: Ցուցում: Արեք համապատասխան նշանակումներ և գտեք կոնի կողմնային մակերևույթի ու հիմքի մակերեսների հարաբերությունը: Կոնի ծնորդի ծայրակետերը միացրեք հիմքի կենտրոնին: Ստացված ուղղանկյուն եռանկյունուց գտեք նախորդ քայլում ստացված հարա-

բերությունը:

213. ≈ 199 մ²:

214. 736π սմ²:

215. 9սմ:

216. $0,9\pi$ սմ²:

217. 60° : Ցուցում: Արեք համապատասխան նշանակումներ և կոնի լրիվ մակերևույթի մակերեսի ու կողմնային մակերևույթի մակերեսի հարաբերությունը հավասարեցրեք $\frac{3}{2}$ -ի: Ստացվածից գտեք կոնի ծնորդի և հիմքի շառավղի կապը:

218. 300π սմ²: Ցուցում: Օգտվելով նրանից, որ լարին ուղղահայաց շառավիղը կիսում է այդ լարը և Պյութագորասի թեորեմից՝ գտեք կոնի հիմքի շառավիղը: Հետո կոնի ծնորդի ծայրակետերը միացրեք հիմքի կենտրոնին ու ստացված ուղղանկյուն եռանկյունուց գտեք կոնի ծնորդը:

219. 1408π սմ²: Ցուցում: Ստացված մարմնի լրիվ մակերևույթը կազմված է գլանային մակերևույթից և երկու կոնական մակերևույթներից:

220. $36(3+2\sqrt{3})\pi$ դմ²: Ցուցում: Նախ կոնի ծնորդի ծայրակետերը միացնելով հիմքի կենտրոնին՝ ստացված ուղղանկյուն եռանկյունուց գտեք կոնի ծնորդի ու հիմքի շառավղի կապը:

221. $36(1+\sqrt{2})\pi$ սմ²: Ցուցում: Կոնի ծնորդը հավասար է առանցքային հատույթի էջին, իսկ հիմքի տրամագիծը՝ այդ հատույթի ներքնաձիգին:

224. Ոչ:

225. Այո:

227. 8 սմ:

228. 4, ոչ:

230. ա) հարթությունը հատում է գնդային մակերևույթը, բ) չունեն ընդհանուր կետ, գ) հարթությունը շոշափում է գնդային մակերևույթը:

231. բ) ոչ, գ) ոչ:

232. 15 դմ: Ցուցում: Տարեք հատույթում ստացվող շրջանագծի որևէ շառավիղ, դրա ծայրակետերը միացրեք գնդային մակերևույթի կենտրոնին:

Ստացված ուղղանկյուն եռանկյունուց Պյութագորասի թեորեմով գտեք գնդային մակերևույթի շառավիղը:

233. 5 սմ: Ցուցում: Գտեք հատույթի շառավիղը, ապա կրկնեք նախորդ խնդրի լուծման քայլերը:

234. 48π դմ²:

235. 20 սմ:

236. 540π սմ²: Ցուցում: Նկատենք, որ դիտարկվող կոնի բարձրությունը հայտնի է՝ 24 սմ է, իսկ հիմքի շառավիղը հատույթի շառավիղն է:

237. 3072π սմ²: Ցուցում: Գլանի հիմքերը այդ գնդի կենտրոնից 32 սմ հեռավորությամբ հատույթներ են, Պյութագորասի թեորեմով գտեք դրանց շառավիղները: Գլանի բարձրությունը 64 սմ է:

238. 9 անգամ:

239. $\approx 0,02\%$:

240. ≈ 11946 :

241. $\approx 90,3$ կմ:

242. Կոնի լրիվ մակերևույթի մակերեսը փոքր է:

243. $H = R$:

244. 6 սմ, 8 սմ: Ցուցում: Գնդային մակերևույթի՝ եռանկյան հարթությամբ հատույթը այդ եռանկյանն արտագծած շրջանագիծն է: Օգտվելով

$$a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n} \quad (n = 3) \text{ քանաձևից՝ գտեք հատույթի շառավիղը:}$$

Հատույթի շառավիղը, գնդային մակերևույթի շառավիղը և հատույթի հեռավորությունը գնդային մակերևույթի կենտրոնից կապված են Պյութագորասի թեորեմով:

245. 4 սմ, $2\sqrt{21}$ սմ: Ցուցում: Գնդային մակերևույթի՝ եռանկյան հարթությամբ հատույթը այդ եռանկյանը ներգծած շրջանագիծն է: Օգտվելով

$$a_n = 2r \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n} \quad (n = 3) \text{ քանաձևից՝ գտեք հատույթի շառավիղը:}$$

Հատույթի շառավիղը, գնդային մակերևույթի շառավիղը և հատույթի հեռավորությունը գնդային մակերևույթի կենտրոնից կապված են Պյութագորասի թեորեմով:

246. 1536π սմ²:

247. 12 սմ, 1600π սմ²: Ցուցում: Գնդային մակերևույթի՝ քառակուսու հարթությամբ հատույթը այդ քառակուսուն ներգծած շրջանագիծն է:

Օգտվելով $a_n = 2r \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 4$) բանաձևից՝ գտեք հատույթի շառավիղը: Հատույթի շառավիղը, գնդային մակերևույթի շառավիղը և հատույթի հեռավորությունը գնդային մակերևույթի կենտրոնից կապված են Պյութագորասի թեորեմով:

248. 8 դմ, 400π դմ²: Ցուցում: Գնդային մակերևույթի՝ քառակուսու հարթությամբ հատույթը այդ քառակուսուն արտագծած շրջանագիծն է:

Օգտվելով $a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 4$) բանաձևից՝ գտեք հատույթի շառավիղը: Հատույթի շառավիղը, գնդային մակերևույթի շառավիղը և հատույթի հեռավորությունը գնդային մակերևույթի կենտրոնից կապված են Պյութագորասի թեորեմով:

ԱՌԱՐԿԱՅԱՑԱՆԿ

Անկյունագծային հատույթ

- պրիզմայի – 15

Առանցք

- գլանի – 41
- կոնի – 48

Առանցքային հատույթ

- գլանի – 41
- կոնի – 48

Բանաձև

- աղեղի երկարության – 34
- գլանի առանցքային հատույթի մակերեսի – 42
- գլանի լրիվ մակերևույթի մակերեսի – 43
- գլանի կողմնային մակերևույթի մակերեսի – 43
- եռանկյան մակերեսի – 8, 9
- զուգահեռագծի մակերեսի – 7
- խորանարդի կողմնային մակերևույթի մակերեսի – 19
- կանոնավոր n -անկյան կողմի և արտագծած շրջանագծի շառավղի – 25
- կանոնավոր n -անկյան կողմի և ներգծած շրջանագծի շառավղի – 26
- կանոնավոր n -անկյան արտագծած և ներգծած շրջանագծերի շառավղիների – 25
- կանոնավոր բուրգի լրիվ մակերևույթի մակերեսի – 28
- կանոնավոր բուրգի կողմնային մակերևույթի մակերեսի – 27
- կանոնավոր եռանկյան մակերեսի – 9
- կոնի առանցքային հատույթի մակերեսի – 48
- կոնի լրիվ մակերևույթի մակերեսի – 49
- կոնի կողմնային մակերևույթի մակերեսի – 49
- Հերոնի – 9

- շրջանագծի երկարության – 34
- շրջանի մակերեսի – 35
- պրիզմայի լրիվ մակերևույթի մակերեսի – 19
- սեկտորի մակերեսի – 35
- սեղանի մակերեսի – 7
- ուղիղ պրիզմայի լրիվ մակերևույթի մակերեսի – 19
- ուղիղ պրիզմայի կողմնային մակերևույթի մակերեսի – 18
- ուղղանկյան մակերեսի – 6
- ուղղանկյուն եռանկյան մակերեսի – 8
- ուղղանկյունանիստի կողմնային մակերևույթի մակերեսի – 18
- քառակուսու մակերեսի – 6
- Բարձրություն
 - գլանի – 41
 - կոնի – 48
- Բուրգի
 - լրիվ մակերևույթի մակերես – 27
 - կողմնային մակերևույթի մակերես – 27

Գլան – 41

Գլանի

- առանցք – 41
- բարձրություն – 41
- ծնորդ – 41
- կողմնային մակերևույթ – 41
- կողմնային մակերևույթի փովածք – 42
- հիմքեր – 41
- շառավիղ – 41
- Գլանային մակերևույթ – 40
 - գլանային մակերևույթի ծնորդ – 40
- Գնդային մակերևույթ – 53
 - Գնդային մակերևույթի
 - կենտրոն – 53
 - մակերես – 56

- շառավիղ – 53
- շոշափող – 55
- տրամագիծ – 53
- Գնդի
 - կենտրոն – 53
 - մեծ շրջան – 54
 - շառավիղ – 53
 - տրամագիծ – 53
- Գունդ – 53

Թեք պրիզմա – 16

Լրիվ մակերևույթի մակերես

- բուրգի – 27
- գլանի – 43
- կոնի – 49

Ծնորդ

- գլանային մակերևույթի – 40
- գլանի – 41
- կոնական մակերևույթի – 47
- կոնի – 48

Կանոնավոր

- բազմանկյան կենտրոն – 25
- բազմանկյուն – 24
- պրիզմա – 16

Կողմնային մակերևույթի մակերես

- գլանի – 43
- կոնի – 49
- պրիզմայի – 18

Կոն – 47

Կոնական մակերևույթ – 47

Կոնական մակերևույթի

- ծնորդ – 47

Կոնի

- առանցք – 48
- առանցքային հատույթ – 48
- բարձրություն – 48
- գագաթ – 48
- ծնորդ – 48
- կողմնային մակերևույթ – 49
- կողմնային մակերևույթի մակերես – 49
- հիմք – 48

Հավասարամեծ – 5

Մակերևույթ

- գլանային – 40
- գնդային – 53
- կոնական – 47

Շառավիղ

- գլանի հիմքի – 41
- կոնի հիմքի – 48
- գնդային մակերևույթի – 53
- գնդի – 53

Պրիզմա –14

- թեք – 16
- կանոնավոր – 16
- ունկյուն – 15
- ուղիղ – 16

Պրզմայի

- անկյունագիծ – 15
- անկյունագծային հատույթ – 15

- բարձրություն – 16
- լրիվ մակերևույթի մակերես – 19
- կողմնային մակերևույթի մակերես – 18
- կողմնային նիստեր – 15
- հիմքեր – 15

Սեկտոր – 35

Ուղիղ պրիզմա – 16

Փռվածք

- գլանային մակերևույթի – 42
- կոնային մակերևույթի – 49

Քառակուսի մետր – 5

ԼՐԱՅՈՒՑԻՉ ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ ԵՎ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՌԵՍՈՒՐՍՆԵՐ

1. Атанасян Л. С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б., Позняк Э. Г., Киселёва Л. С. Геометрия 10–11, учебник, – М.: Просвещение: 2019.
2. Прасолов В. В. Задачи по стереометрии. – М.: МЦНМО: 2010.
3. Делоне Б. Н. Задачник по геометрии. – М.; Л; ГНТТЛ: 1950.
4. Виноградова А. В. Устные упражнения по стереометрии. – М.: ПРОМЕТЕЙ. 2014.
5. <https://mathnet.am>
6. <https://www.problems.ru>
7. <https://zadachi.mccme.ru>

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ԳԼՈՒԽ I

ԲԱԶՄԱՆԿՅԱՆ ՄԱԿԵՐԵՍԸ, ԲԱԶՄԱՆԻՍՏԻ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹԻ ՄԱԿԵՐԵՍԸ

§1. Բազմանկյան մակերեսը.....	5
1. Բազմանկյան մակերեսը	5
2. Քառանկյունների մակերեսները	6
3. Եռանկյան մակերեսը	8
§2. Պրիզմա	14
4. Պրիզմա	14
5. Պրիզմայի մակերևույթի մակերեսը.....	18
§3. Բուրգ	24
6. Կանոնավոր բուրգ.....	24
7. Բուրգի մակերևույթի մակերեսը.....	27

ԳԼՈՒԽ II

ՊՏՏԱԿԱՆ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐ

§4. Շրջանագիծ, շրջան	34
8. Շրջանագծի, աղեղի երկարությունները	34
9. Շրջանի, շրջանային սեկտորի մակերեսները	35
§5. Գլան	40
10. Գլան, գլանի տարրերը.....	40
11. Գլանի կողմնային և լրիվ մակերևույթների մակերեսները.....	42
§6. Կոն	47
12. Կոն, կոնի տարրերը.....	47
13. Կոնի կողմնային և լրիվ մակերևույթների մակերեսները.....	49
§7. Գունդ	53
14. Գունդ, գնդային մակերևույթ.....	53
15. Գնդային մակերևույթի և հարթության փոխադարձ դասավորությունը	54
16. Գնդային մակերևույթի մակերեսը	56
ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ, ՑՈՒՑՈՒՄՆԵՐ.....	62
ԱՌԱՐԿԱՅԱՑԱՆԿ.....	77
ԼՐԱՑՈՒՑԻՉ ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ ԵՎ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՌԵՍՈՒՐՍՆԵՐ	82

Գագիկ Աղեկյան

ԵՐԿՐԱԶԱՓՈՒԹՅՈՒՆ 11

*Երաշխավորված է ՀՀ կրթության, գիտության,
մշակույթի և սպորտի նախարարության կողմից*

Տպագրվել է ՀՀ ԿԳՄՍ նախարարության պատվերով

Գրքի ձևավորման համար օգտագործվել են
Վասիլի Կանդինսկու որոշ նկարներ:



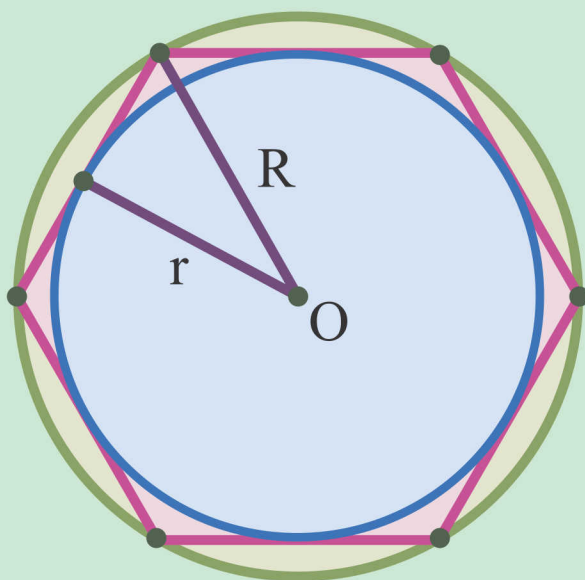
Գրքի որոշ նկարներ վերցվել են <https://www.wikipedia.org>-ից

Հրատարակչության խմբագիր՝ Մարգարիտ Արիստակեսյան
Համակարգչային ձևավորումը՝ Հեղինե Փիլոյանի
Կազմի ձևավորումը՝ Արտակ Հարությունյանի



ԷԴԻՏ ՊՐԻՆՏ
Երևան, Դ. Մալյան 43
հեռ.՝ (374 10) 520 848
www.editprint.am
info@editprint.am

Տառատեսակ՝ GHEA Hayk School:
Չափսը՝ 70x100 1/16, թուղթը՝ օֆսեթ:
Ծավալը՝ 5.25 մամուլ:
Տպաքանակը



ԷԴԻՏ ՊՐԻՆՏ

Երևան, Դ. Մալյան 43

հեռ.՝ (374 10) 520 848

www.editprint.am

info@editprint.am